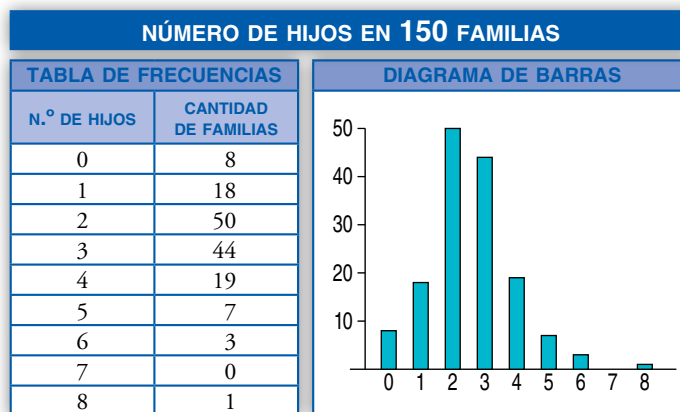


Resuelve

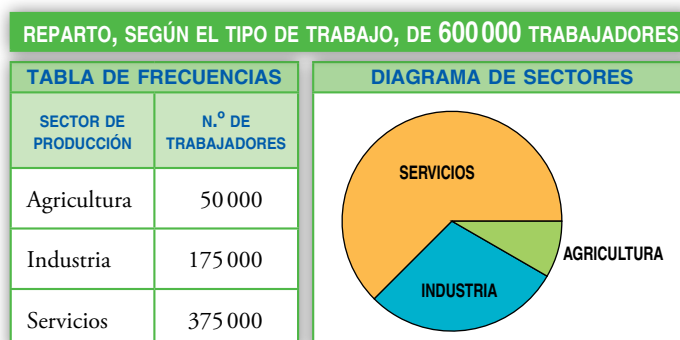
1. ¿Qué aportaba el estudio de John Graunt sobre la población de Londres, llegando más allá de la pura recopilación de datos?

El estudio analizaba cómo influían en los nacimientos y defunciones las causas naturales, sociales y políticas.

2. Fíjate en el estudio relativo al NÚMERO DE HIJOS DE 150 FAMILIAS que aparece abajo.



- a) En la tabla, ¿qué significa el 44 que está a la derecha del 3?
- b) Sin hacer el cálculo, ¿cuánto suman los nueve números de la columna derecha de la tabla?
- c) ¿Por qué las barras del diagrama están separadas unas de otras?
- a) El 44 significa que hay 44 familias que tienen 3 hijos.
- b) Deben sumar 150, ya que el estudio se hace sobre 150 familias.
- c) Las barras están separadas unas de otras porque el *número de hijos* es una variable discreta.
3. Observa la información sobre el REPARTO, SEGÚN EL TIPO DE TRABAJO, DE 600 000 TRABAJADORES que aparece en la ilustración.



- a) ¿Sobre cuántos trabajadores se han recopilado datos?
- b) ¿Qué color del diagrama corresponde a cada sector?
- c) Calcula el porcentaje de trabajadores que corresponde a cada sector y comprueba que los sectores están razonablemente contruidos.

a) Se han recopilado datos sobre 600 000 trabajadores.

b) Amarillo → Servicios Azul → Industria Verde → Agricultura

c) Agricultura: $\frac{50\,000}{600\,000} \cdot 100 \approx 8,33\% \rightarrow \frac{50\,000}{600\,000} \cdot 360^\circ = 30^\circ$

Industria: $\frac{175\,000}{600\,000} \cdot 100 \approx 29,17\% \rightarrow \frac{175\,000}{600\,000} \cdot 360^\circ = 105^\circ$

Servicios: $\frac{375\,000}{600\,000} \cdot 100 \approx 62,5\% \rightarrow \frac{375\,000}{600\,000} \cdot 360^\circ = 225^\circ$

4. Describe alguna aplicación concreta de la estadística en la investigación científica (por ejemplo, en medicina).

Respuesta abierta.

La estadística, que es el estudio de la incertidumbre, es esencial para la ciencia y para la investigación médica en particular. Sirve para planear estudios apropiados y analizar e interpretar los resultados. Permite saber cuándo se tiene suficiente precisión al estimar las diferencias entre tratamientos y poder hacer una recomendación fiable. Sin estadística sería muy difícil hacer ningún progreso en investigación médica.

1 Población y muestra

Página 252

- 1. Indica la población, la muestra y los individuos en cada uno de los siguientes ejemplos:**
- Se seleccionan 50 edificios de una ciudad para hacer un estudio sobre el número de plantas, la altura y la utilización de los locales bajos (para viviendas, oficinas, tiendas, bares...).**
 - Población: edificios de la ciudad.
Muestra: 50 edificios.
Individuos: cada uno de los edificios.
 - Se analizan 100 libros de una biblioteca: número de páginas, ubicación en la estantería y contenido (como novela, ensayo, manual...).**
 - Población: libros de la biblioteca.
Muestra: 100 libros de la biblioteca.
Individuos: cada uno de los libros.
 - Se han encuestado a 23 de los alumnos que van al centro en bici sobre el número de desarrollos de la bicicleta, el peso y la marca.**
 - Población: estudiantes de un instituto.
Muestra: 23 alumnos del centro que van en bici.
Individuos: cada uno de los estudiantes.

2 Variables estadísticas

Página 253

1. Indica si cada una de estas variables es cuantitativa discreta, cuantitativa continua o cualitativa:

a) En los cines de un pueblo se anota el tipo de película que proyectan (comedia, acción...), cuánto dura la película y el número de espectadores.

b) En los mercados de una ciudad se observa la superficie, el número de puertas de acceso y el tipo de mercado (alimentación, ropa, complementos...).

c) Nos hemos fijado en algunas características de los teléfonos móviles que tienen los alumnos de un centro escolar: la marca, el número de compañías que lo ofertan y el precio.

d) Un científico estudia, en los volcanes del Pacífico, la altura, el número de veces que han entrado en erupción en los últimos 100 años y el tipo de volcán (hawaiano, estromboliano, vulcaniano, peleano).

a) Tipo de película: cualitativa.

Duración de la película: cuantitativa continua.

Número de espectadores: cuantitativa discreta.

b) Superficie: cuantitativa continua.

Número de puertas de acceso: cuantitativa discreta.

Tipo de mercado: cualitativa.

c) Marca: cualitativa.

Número de compañías que lo ofertan: cuantitativa discreta.

Precio: cuantitativa continua.

d) Altura: cuantitativa continua.

Número de veces que han entrado en erupción en los últimos 100 años: cuantitativa discreta.

Tipo de volcán: cualitativa.

3 El proceso que se sigue en estadística

Página 254

1. Se quiere realizar una encuesta para estudiar las aficiones musicales. Para cada una de las preguntas siguientes, di justificadamente si te parecen o no razonables:

a) ¿Cuáles son tus grupos musicales preferidos?

b) De los siguientes estilos musicales, señala aquellos que has escuchado más este mes:

- | | | | |
|-----------|----------|---------|-----------|
| • Rock | • Pop | • Rap | • Elect. |
| • Hip-Hop | • Reggae | • Salsa | • Punk |
| • Metal | • Grunge | • Jazz | • Clásico |

c) ¿Oyes la radio? Si es así, ¿qué cadena?

d) ¿Cuáles de estas cadenas de radio escuchas más de 2 horas a la semana?

- | | |
|-----------------|----------------------|
| • Cadena 100 | • Los 40 principales |
| • Rock FM | • Kiss FM |
| • Radio Clásica | • Europa FM |
| • EDM | • M80 Radio |
| • Radio 3 | • Cadena Dial |

e) ¿Cuál es el último concierto al que has ido?

- a) No es razonable porque puede que se obtengan muchas respuestas distintas que sean difíciles de organizar.
- b) Es razonable porque es una pregunta clara con las alternativas señaladas. Es evidente que la variable es *el estilo musical* y cuáles son sus posibles valores.
- c) No es razonable porque puede que se obtengan muchas respuestas distintas que sean difíciles de organizar.
- d) Es razonable porque es una pregunta clara con las alternativas señaladas. Es evidente que la variable es *la cadena musical que escuchas* y cuáles son sus posibles valores.
- e) No es razonable porque puede que se obtengan muchas respuestas distintas que sean difíciles de organizar.

4 Confección de una tabla de frecuencias

Página 256

1. El profesor ha apuntado las faltas de asistencia que ha tenido cada uno de sus alumnos a lo largo del trimestre:

2, 3, 0, 1, 1

2, 2, 4, 3, 1

3, 0, 2, 0, 1

2, 2, 1, 2, 1

0, 3, 4, 2, 1

3, 5, 1, 1, 2

a) Confecciona una tabla de frecuencias.

b) Si el profesor hubiera apuntado el número de ejercicios bien resueltos de cada alumno a lo largo del año, ¿la tabla de frecuencias debería ser con datos aislados o agrupados en intervalos?

a)

FALTAS (x_i)	RECuento	f_i
0		4
1		9
2		9
3		5
4		2
5		1

b) La tabla de frecuencias debería ser con datos agrupados en intervalos porque tomaría muchos valores distintos.

2. Se ha tomado el tiempo en los 100 m lisos a los miembros de un club de atletismo. Estos son los resultados:

11,62

12,03

12,15

11,54

10,95

11,56

11,08

11,38

12,08

11,73

12,11

11,52

11,72

11,23

11,66

10,87

11,32

11,58

12,01

11,06

Haz una tabla de frecuencias con estos intervalos:

10,805 - 11,075 - 11,345 - 11,615 - 11,885 - 12,155

INTERVALO	RECuento	f_i
10,805-11,075		3
11,075-11,345		3
11,345-11,615		5
11,615-11,885		4
11,885-12,155		5

Página 257

3. Halla las frecuencias acumuladas de esta distribución y di qué significan $f_{\text{acumulada}}(3)$ y $f_{\text{acumulada}}(5)$.

N.º DE SUSPENSOS	0	1	2	3	4	5	6	7
FRECUENCIA	6	12	8	5	3	1	1	0

x_i	f_i	FRECUENCIA ACUMULADA
0	6	6
1	12	$6 + 12 = 18$
2	8	$6 + 12 + 8 = 26$
3	5	$6 + 12 + 8 + 5 = 31$
4	3	$6 + 12 + 8 + 5 + 3 = 34$
5	1	$6 + 12 + 8 + 5 + 3 + 1 = 35$
6	1	$6 + 12 + 8 + 5 + 3 + 1 + 1 = 36$
7	0	$6 + 12 + 8 + 5 + 3 + 1 + 1 + 0 = 36$

$f_{\text{acumulada}}(3) = 31$. Significa que 31 estudiantes han tenido 3 suspensos o menos.

$f_{\text{acumulada}}(5) = 35$. Significa que 35 estudiantes han tenido 5 suspensos o menos.

4. Esta tabla recoge los meses que cumplen años los 100 componentes de un grupo de montaña.

MES	E	F	M	Ab	My	Jn	Jl	Ag	S	O	N	D
FREC.	7	9	10	6	8	8	7	9	8	9	9	10

a) Halla las frecuencias acumuladas.

b) ¿Cuántas personas nacieron antes de junio? ¿Y después de agosto?

a)

MES (x_i)	f_i	FRECUENCIA ACUMULADA
E	7	7
F	9	16
M	10	26
Ab	6	32
My	8	40
Jn	8	48
Jl	7	55
Ag	9	64
S	8	72
O	9	81
N	9	90
D	10	100

b) Antes de junio nacieron 40 personas.

Después de agosto nacieron $100 - 64 = 36$ personas.

5. La siguiente tabla muestra el deporte que prefieren practicar 40 estudiantes.

DEPORTE	FRECUENCIA
Baloncesto	10
Balonvolea	1
Fútbol	20
Tenis	5
Ajedrez	4

- a) Calcula las frecuencias relativas y porcentuales de esta distribución y explica por qué carece de sentido hallar las frecuencias acumuladas.
- b) Que la frecuencia relativa de *Baloncesto* sea $10/40$ quiere decir que uno de cada cuatro estudiantes juega al baloncesto. Explica con las mismas palabras las frecuencias relativas de *Fútbol* y *Tenis* y las frecuencias porcentuales de *Ajedrez* y *Baloncesto*.
- a) Carece de sentido porque no es una variable cuantitativa y, siendo cualitativa, no tiene un orden ni puede estar ordenada.

DEPORTE (x_i)	f_i	$f_{relativa}$	%
Baloncesto	10	$\frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25$	25 %
Balonvolea	1	$\frac{1}{40} = 0,025$	2,5 %
Fútbol	20	$\frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 0,5$	50 %
Tenis	5	$\frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 0,125$	12,5 %
Ajedrez	4	$\frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0,1$	10 %
	40	1	100 %

- b) Que la frecuencia relativa de *Fútbol* sea $20/40 = 1/2$ quiere decir que uno de cada dos estudiantes juega al fútbol.
- Que la frecuencia relativa de *Tenis* sea $5/40 = 1/8$ quiere decir que uno de cada ocho estudiantes juega al tenis.
- Que la frecuencia porcentual de *Ajedrez* sea 10 % quiere decir que diez de cada cien estudiantes juega al ajedrez.
- Que la frecuencia porcentual de *Baloncesto* sea 25 % quiere decir que veinticinco de cada cien estudiantes juega a baloncesto.

5 Gráfico adecuado al tipo de información

Página 258

1. Representa mediante el gráfico adecuado.

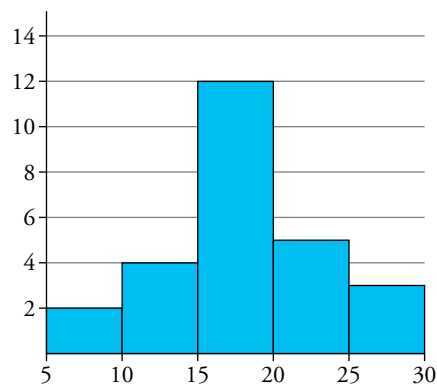
a) Temperaturas máximas medidas cada 15 días a lo largo de un año en una localidad.

TEMPERATURA (°C)	N.º DE DÍAS
5-10	2
10-15	4
15-20	12
20-25	5
25-30	3

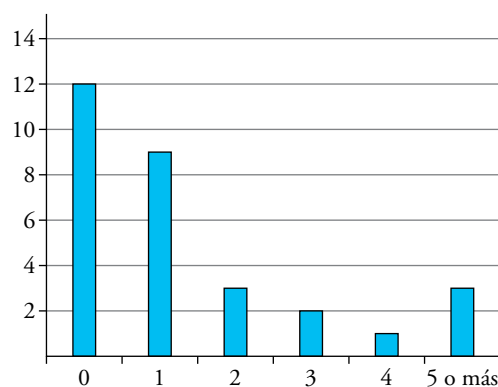
b) Número de asignaturas suspensas que tienen los alumnos de una clase.

N.º DE ASIGNATURAS SUSPENSAS	N.º DE ALUMNOS
0	12
1	9
2	3
3	2
4	1
5 o más	3

a) Mediante un histograma:



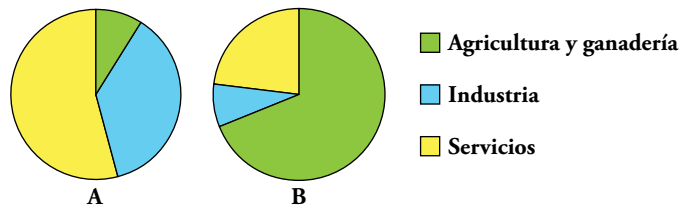
b) Mediante un diagrama de barras:



Página 259

2. Los diagramas de sectores se utilizan a menudo para comparar la misma distribución en distintos países o regiones.

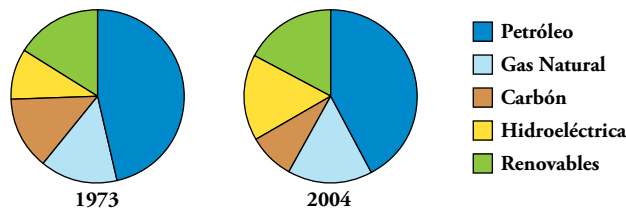
Observa los sectores que muestran cómo se divide la población trabajadora de dos países: Austria y Mauritania. ¿A cuál pertenece cada uno? Explica por qué.



A → Austria por ser mayor los sectores de servicios e industria y menor el de la agricultura y ganadería.

B → Mauritania, por que es mayor el sector de la agricultura y ganadería.

3. Observa la evolución del consumo mundial de energías primarias por fuentes energéticas:



a) Explica qué energías han aumentado su consumo y cuáles han disminuido.

b) Busca en Internet el diagrama correspondiente al año actual.

a) Del año 1973 al 2004 ha aumentado el consumo del gas natural y de energías hidroeléctricas y, ha disminuido el consumo de petróleo y de carbón.

Se mantiene el consumo de energías renovables.

b) El alumnado buscará el diagrama de sectores del año correspondiente.

Página 260

Hazlo tú

Construye la pirámide de población de tu comunidad autónoma buscando los datos en Internet.

Respuesta abierta.

Ejercicios y problemas

Página 261

Practica

Población y muestra. Variables

1.  Indica, para cada caso propuesto:

- Cuál es la población y cuáles, los individuos.
- Cuál es la variable y qué tipo de variable es.
- a) El peso de los recién nacidos en la Comunidad Valenciana a lo largo del año pasado.
- b) Cantidad de lluvia recogida en un cierto observatorio meteorológico en cada año del presente siglo.
- c) Número de mascotas en los hogares españoles.
- d) Tipos de coches (marca y modelo) que tiene cada vecino de mi urbanización.
- e) Número de tarjetas amarillas mostradas en cada partido de fútbol de 1.ª división esta temporada.

a) Población: los recién nacidos en la Comunidad Valenciana el año pasado.

Individuos: cada bebe recién nacido en la Comunidad Valenciana el año pasado.

Variable: peso.

Es una variable cuantitativa continua.

b) Población: los años del presente siglo.

Individuos: cada año del siglo.

Variable: cantidad de lluvia recogida.

Es una variable cuantitativa continua.

c) Población: hogares españoles.

Individuos: cada hogar español.

Variable: número de mascotas.

Es una variable cuantitativa discreta.

d) Población: vecinos de mi urbanización.

Individuos: cada vecino de mi urbanización.

Variable: tipo de coche.

Es una variable cualitativa.

e) Población: partidos de fútbol de 1ª división de la temporada pasada.

Individuos: cada partido de fútbol de la temporada.

Variable: número de tarjetas amarillas mostradas.

Es una variable cuantitativa discreta.

2. 🏠 Se quieren realizar los siguientes estudios:

- I. El sexo (niño o niña) de cada bebé nacido en un hospital a lo largo de un año.
- II. Qué periódico lee cada habitante de una ciudad.
- III. Las alturas y los pesos de todos los alumnos y las alumnas de la clase.
- IV. Edad de las personas que han visto una obra de teatro en una ciudad.
- V. Estudios que piensan seguir los alumnos y las alumnas de un centro escolar al terminar la ESO.

a) Di en cada uno de estos casos cuál es la población y cuáles, los individuos.

b) Indica en cada uno cuál es la variable que se estudia y de qué tipo es.

c) ¿En cuáles de ellos es necesario recurrir a una muestra? ¿Por qué?

a) I. Población: los bebés nacidos en un hospital a lo largo de un año.

Individuos: cada uno de los bebés nacidos en el hospital ese año.

II. Población: los habitantes de una ciudad.

Individuos: cada uno de los habitantes de la ciudad.

III. Población: los alumnos y alumnas de la clase.

Individuos: cada uno de los alumnos y alumnas de la clase.

IV. Población: las personas que han visto una obra de teatro en una ciudad.

Individuos: cada una de las personas que han visto la obra en la ciudad.

V. Población: los alumnos y alumnas de un centro escolar.

Individuos: cada uno de los alumnos y alumnas del centro escolar.

b) I. La variable es el sexo. Es una variable cualitativa.

II. La variable es el periódico. Es una variable cualitativa.

III. Las variables son la altura y el peso. Son variables cuantitativas continuas.

IV. La variable es la edad. Es una variable cuantitativa continua.

V. La variable es los estudios que se elegirán al terminar la ESO. Es una variable cualitativa.

c) Es necesario recurrir a una muestra en los casos II y IV porque pueden ser poblaciones muy numerosas e incluso difíciles de controlar.

En los demás casos no sería necesario ya que en el hospital se lleva un registro continuo y obligatorio de los nacimientos, y en la clase y el centro escolar no hay tantos alumnos y son fáciles de controlar y preguntar.

3. 🏠 Di cuáles de las siguientes muestras están “razonablemente” bien tomadas:

a) En una frutería, para ver cómo están de duros los aguacates, tocamos cinco piezas.

b) Hablo con diez de mis amigos sobre política para saber quién ganará este año las elecciones.

c) Ojeamos diez páginas de un libro para ver si nos gustan sus ilustraciones.

d) Tomo café en cuatro bares de mi barrio para ver cuánto cuesta un café en España.


a) La muestra tiene pocas piezas.

b) Los individuos no están elegidos al azar.

c) Bien tomada.

d) Los individuos no están elegidos al azar.

Interpretación de tablas y gráficos

4.  Se ha hecho una encuesta para saber con qué regularidad se lee el periódico en una ciudad:

RESPUESTA	%
TODOS LOS DÍAS	37,2
UNA VEZ A LA SEMANA	29,2
UNA VEZ AL MES	10,4
ALGUNA VEZ AL AÑO	11,2
NUNCA	
NO CONTESTA	0,4

- a) Completa la tabla.
 b) Si hubo 145 personas que respondieron “nunca”, ¿a cuántas se encuestó?
 c) Di cuántas personas dieron cada una de las respuestas.
 d) Los encuestados, ¿son población o muestra?

a)

RESPUESTA	%
TODOS LOS DÍAS	37,2
UNA VEZ A LA SEMANA	29,2
UNA VEZ AL MES	10,4
ALGUNA VEZ AL AÑO	11,2
NUNCA	11,6
NO CONTESTA	0,4

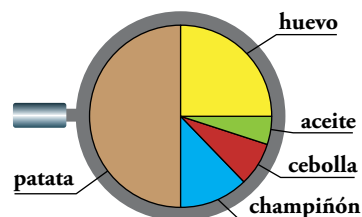
b) $11,6\%$ de $P = 145 \Rightarrow P = \frac{145 \cdot 100}{11,6} = 1\ 250$

En total se encuestaron a 1 250 personas.

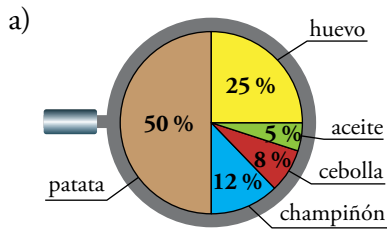
- c) $37,2\%$ de 1 250 = 465 personas dijeron todos los días.
 $29,2\%$ de 1 250 = 365 personas dijeron una vez a la semana.
 $10,4\%$ de 1 250 = 130 personas dijeron una vez al mes.
 $11,2\%$ de 1 250 = 140 personas dijeron alguna vez al año.
 $0,4\%$ de 1 250 = 5 personas no contestaron.
 d) Los encuestados son muestra.

5.  Suponemos que hacemos una tortilla de patatas con las proporciones que muestra este diagrama:

- a) Los porcentajes de los ingredientes son 50 %, 25 %, 12 %, 8 % y 5 %. A la vista del gráfico, asigna cada uno al ingrediente correspondiente.



- b) Si la tortilla pesa 1 kg, ¿qué cantidad hay que echar de cada ingrediente?
 c) En otra tortilla con las mismas proporciones hemos echado 40 g de aceite. ¿Cuánto pesará? ¿Qué cantidad de champiñones tendrá?



b) Si la tortilla pesa un kilo necesitamos 500 g de patatas, 250 g de huevos, 120 g de champiñones 80 g de cebolla y 50 g de aceite.

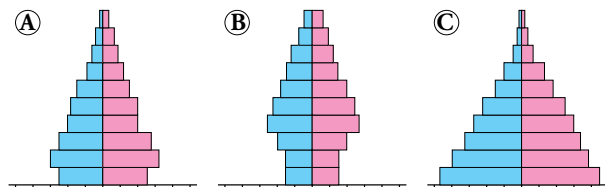
c) $\frac{40}{50} = \frac{x}{1} \rightarrow x = 0,8$

La tortilla pesará 0,8 kg.

$$\frac{0,8}{1} = \frac{x}{120} \rightarrow x = 0,8 \cdot 120 = 96$$

Tendrá 96 g de champiñones.

6. Las siguientes pirámides de población muestran la distribución por edades y sexos de tres países:



Teniendo en cuenta los problemas resueltos de la página 260, asocia, justificadamente, una gráfica a cada uno de estos países:


- I. País del tercer mundo.
- II. País en vías de desarrollo.
- III. País desarrollado con un sistema estable.

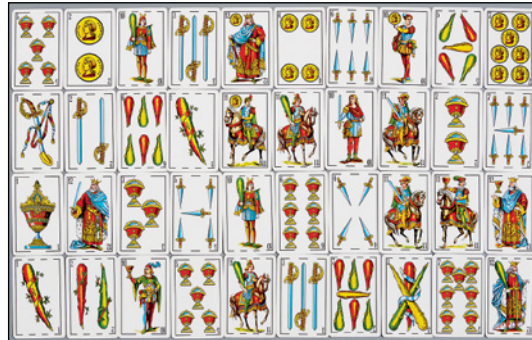
La pirámide C es la de un país del tercer mundo, ya que hay muchos nacimientos y muy pocas personas llegan a ser ancianas.

La pirámide B corresponde a un país desarrollado con un sistema estable. Su base es más estrecha debido al descenso de la natalidad y es en la que hay mayor esperanza de vida.

La pirámide A representa un país en vías de desarrollo. Tiene una forma intermedia entre las otras dos.

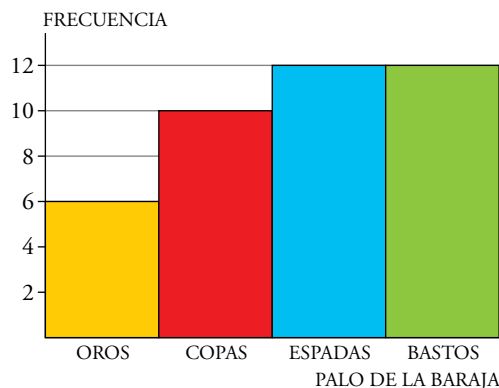
Elaboración de tablas y gráficos

7.  Pilar extrae al azar una carta de una baraja defectuosa, la devuelve al mazo, baraja y vuelve a extraer una carta. Repite este proceso 40 veces. Estos son todas las cartas extraídas:



- a) Dibuja el diagrama de barras según el palo obtenido.
b) Mirando el diagrama, ¿de qué palo crees que faltan cartas?

a)



- b) A la baraja le faltan cartas de oros.

8.  Estos son los mejores tiempos en los 10 km de los miembros de un club de atletismo:

42:20	40:08	47:32	49:50	43:24	48:31	51:42
45:53	47:17	50:37	49:07	51:37	43:28	45:18
44:36	46:15	50:48	47:59	51:21	43:37	42:14

- a) Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas con los siguientes intervalos:

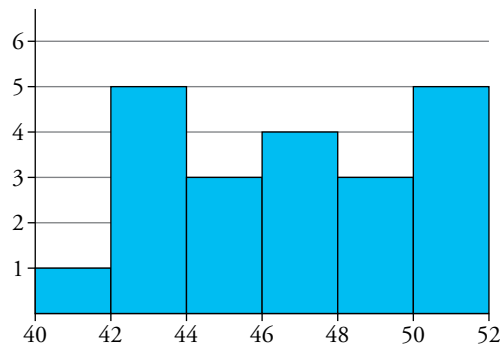
40 - 42 - 44 - 46 - 48 - 50 - 52

- b) Traza el histograma correspondiente.

a)

INTERVALO	RECUESTO	f_i
40-42		1
42-44		5
44-46		3
46-48		4
48-50		3
50-52		5

b)



9. Se ha realizado un estudio sobre la utilidad que le dan al *Smartphone* los menores de 26 años y los de 26 a 50 años. Los resultados vienen dados en la siguiente tabla:

UTILIDAD	MENORES DE 26	DE 26 A 50
Juegos	47 %	13 %
Redes sociales	23 %	24 %
Deportes y entretenimiento	18 %	35 %
Noticias	12 %	28 %

a) **Elabora los correspondientes diagramas de sectores.**

b) **Describe los parecidos y las diferencias de ambos grupos.**

c) **Inventa una tabla para el grupo de mayores de 50 años.**

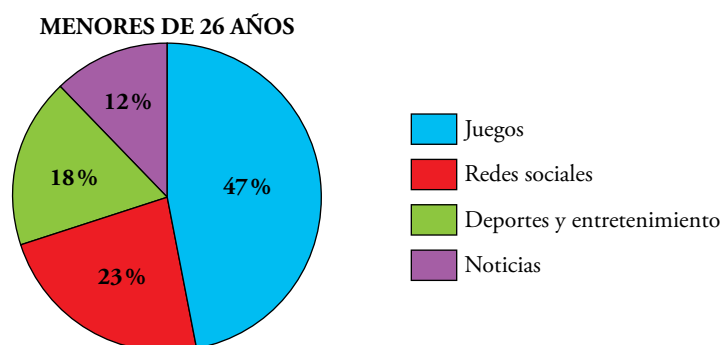
a) Menores de 26 años

$$\text{Juegos} \rightarrow \alpha = \frac{47 \cdot 360^\circ}{100} = 47 \cdot 3,6 \approx 169^\circ$$

$$\text{Redes sociales} \rightarrow \alpha = 23 \cdot 3,6 \approx 83^\circ$$

$$\text{Deporte y entretenimiento} \rightarrow \alpha = 18 \cdot 3,6 \approx 65^\circ$$

$$\text{Noticias} \rightarrow \alpha = 12 \cdot 3,6 \approx 43^\circ$$



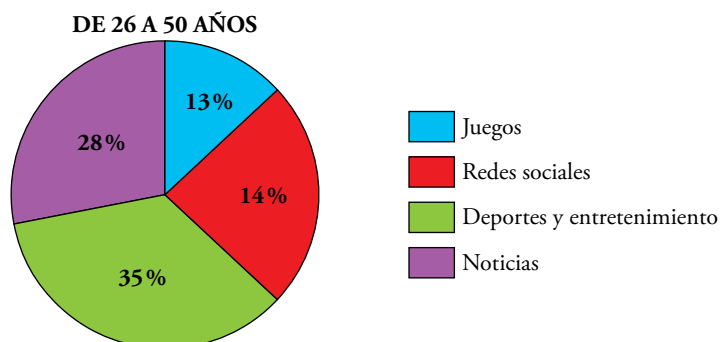
De 26 a 50 años

Juegos $\rightarrow \alpha = 13 \cdot 3,6 \approx 47^\circ$

Redes sociales $\rightarrow \alpha = 24 \cdot 3,6 = 86^\circ$

Deporte y entretenimiento $\rightarrow \alpha = 35 \cdot 3,6 \approx 126^\circ$

Noticias $\rightarrow \alpha = 28 \cdot 3,6 \approx 101^\circ$



b) El uso de redes sociales es muy parecido en ambas poblaciones. Los más jóvenes usan más el *Smartphone* para jugar, y los adultos, para consultar información.

c) Respuesta abierta.

Resuelve problemas

10.  Dibuja la pirámide de población de la India en el año 2012 cuyos datos vienen reflejados en esta tabla:

GRUPO DE EDAD	N.º DE HOMBRES (MILLONES)	N.º DE MUJERES (MILLONES)
0-9	125	111
10-19	122	108
20-29	108	98
30-39	94	88
40-49	74	72
50-59	51	51
60-69	32	32
70-79	15	16
80-89	4	5
90-99	0,2	0,3

a) Fijándote en el aspecto de la pirámide, clasifícala con el mismo criterio que se hizo en el ejercicio 6.

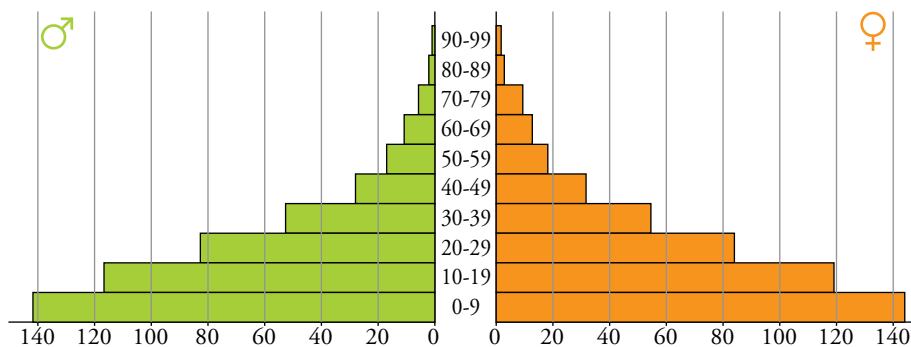
b) Construye otra pirámide de la misma población pero distribuyéndola en estos cuatro grupos de edades:

— NIÑOS: de 0 a 9 años

— JÓVENES: de 10 a 24 años

— ADULTOS: de 25 a 59 años

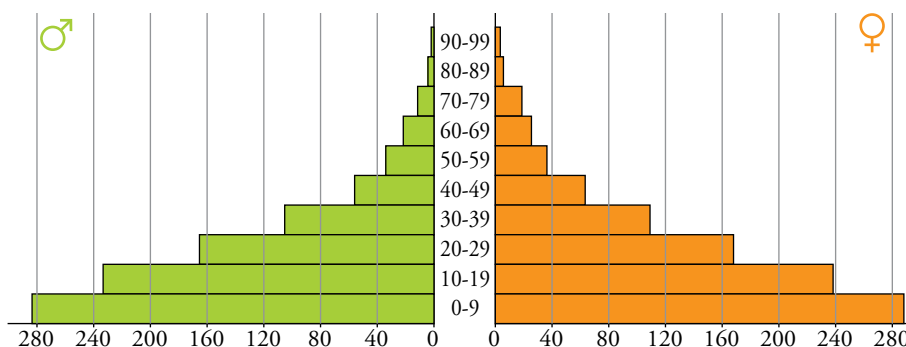
— MAYORES: de 60 en adelante



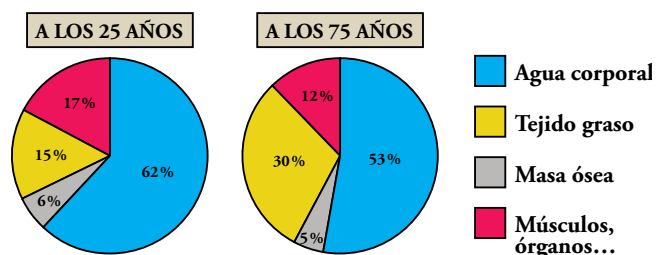
a) País del tercer mundo.

b)

	N.º DE HOMBRES (MILLONES)	N.º DE MUJERES (MILLONES)
0 - 9	125	111
10 - 24	176	157
25 - 59	273	260
MÁS DE 60	51,2	53,3



11. En estos dos diagramas se muestra la composición del cuerpo humano en dos edades distintas:



a) ¿Cómo varía el porcentaje de agua corporal, de masa ósea, de tejido graso y de músculos, órganos... en esos 50 años? Da el resultado en tanto por ciento de aumento o disminución.

b) Una persona de 25 años que pesa 80 kg, ¿qué cantidad de agua tiene en su organismo? ¿Y de tejido graso?

c) Responde a las preguntas del apartado anterior para una persona de 75 años con el mismo peso.

a) El agua corporal disminuye del 62 % al 53 %.

Coefficiente de variación: $\frac{53}{62} = 0,855 \rightarrow$ ha disminuido un 14,5 %

El tejido graso aumenta del 15 % al 30 %.

Coefficiente de variación: $\frac{30}{15} = 2 \rightarrow$ ha aumentado un 100 %

La masa ósea disminuye del 6 % al 5 %.

Coefficiente de variación: $\frac{5}{6} = 0,833 \rightarrow$ ha disminuido un 16,7 %

Los músculos, órganos... disminuye del 17 % al 12 %.

Coefficiente de variación: $\frac{12}{17} = 0,706 \rightarrow$ ha disminuido un 29,4 %


b) Cantidad de agua: $62\% \text{ de } 80 = \frac{62 \cdot 80}{100} = 49,6 \text{ kg} = 49,6 \text{ l de agua}$

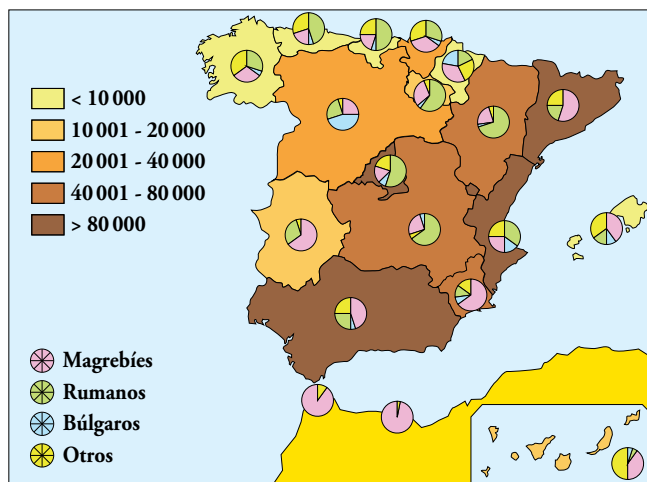
Cantidad de tejido graso: $15\% \text{ de } 80 = \frac{15 \cdot 80}{100} = 12 \text{ kg de tejido graso}$

Cantidad de agua: $53\% \text{ de } 80 = \frac{53 \cdot 80}{100} = 42,4 \text{ kg} = 42,4 \text{ l de agua}$


Cantidad de tejido graso: $30\% \text{ de } 80 = \frac{30 \cdot 80}{100} = 24 \text{ kg de tejido graso}$

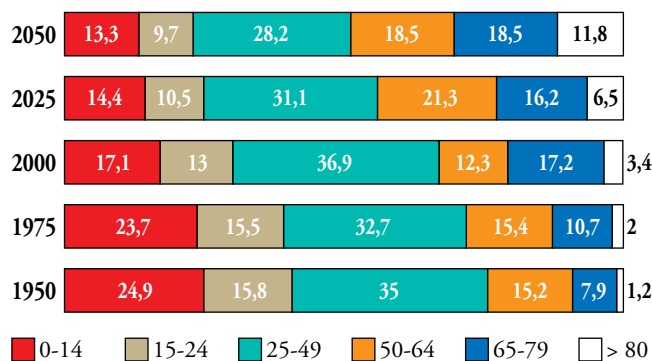
Página 263

12.  Concentración de inmigrantes por comunidades y cómo se distribuyen por nacionalidades:



- a) ¿En qué comunidades viven más inmigrantes? ¿Y menos?
 - b) ¿Qué comunidad tiene la tasa más alta de rumanos? ¿Y de magrebíes? ¿Y de búlgaros?
 - c) ¿En qué comunidad el número de rumanos es mayor, en Cantabria o en Cataluña?
- a) Viven más inmigrantes en Cataluña, Comunidad Valenciana, Comunidad de Madrid y Andalucía. Las que menos inmigración tienen son Galicia, Cantabria, Asturias, Navarra e Islas Baleares.
- b) La tasa más alta de rumanos se registra en Aragón, la de magrebíes, en Melilla, y la de búlgaros, en Castilla y León.
- c) Es mucho mayor en Cantabria.

13.  El siguiente gráfico describe la evolución estimada de los grupos de población por edades (en porcentaje) en la UE para el periodo 1950-2050:



- a) ¿Qué grupo disminuirá más su porcentaje? ¿Cuál aumentará más?
- b) Si se estima que habrá 1 000 millones de habitantes en 2050, ¿cuántos corresponden a cada grupo?
- c) Sabiendo que en el año 2000 había unas 125 200 000 personas mayores de 50 años, ¿qué población tenía la UE dicho año?
- d) ¿En qué porcentaje se estima que disminuyan los menores de 14 años? ¿En qué porcentaje se estima que aumenten los mayores de 80 años?
- e) Describe la evolución de cada grupo.

a) Disminuirá más su porcentaje el grupo de edades entre 0 y 14. Hay dos grupos que serán los que más aumenten, el de 65 a 79 años y el de mayores de 80 años.

b) 0 - 14 → 133 000 000

15 - 24 → 97 000 000

25 - 49 → 282 000 000

50 - 64 → 185 000 000

65 - 79 → 185 000 000

> 80 → 118 000 000

c) Los mayores de 50 años, en el 2000, corresponden a un 32,9% (12,3 + 17,2 + 3,4). Por tanto:


$$100 \leftrightarrow 32,9$$

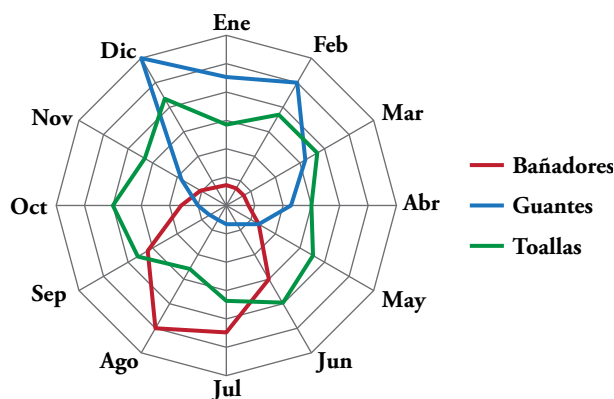
$$125\,200\,000 \leftrightarrow x$$

Despejando x de esta regla de tres, obtenemos que la población de toda la UE será de 4 119 080 personas.

d) Los menores de 14 años disminuirán en un 11,6% (24,9 – 13,3). Los mayores de 80 años aumentarán en un 10,6% (18,5 – 1,2).

e) Los grupos que van de 0 a 14 años y de 15 a 24 años disminuyen de forma más o menos gradual. El grupo que está entre 25 y 49 años va disminuyendo, aunque sufrió un repunte en 2000. Por el contrario, el que va de 50 a 64 años va aumentando, aunque se estima un descenso en 2025. La tónica general de los grupos que van de 65 a 80 años y el de los mayores de 80 es al alza, aunque el primero sufrió un pequeño descenso entre los años 1975 y 2000.

14.  Observa este gráfico relativo a las ventas de algunos artículos de un pequeño comercio:



a) ¿En qué estación del año se han vendido más bañadores? ¿Y menos? ¿Por qué?

b) ¿Cuándo se han vendido más guantes? ¿Por qué?

c) Explica cómo se comporta la gráfica de las toallas.


d) Inventa un gráfico como este que muestre las ventas de paraguas y de sombrillas en una tienda.

a) En verano se han vendido más bañadores, y en invierno, menos. Son las épocas en las que más calor hace y menor calor hace, respectivamente.

b) Se han vendido más guantes entre diciembre y febrero. Es la época del año de más frío.

c) La venta de toallas se mantiene más o menos constante a lo largo de todo el año.

d) Respuesta abierta.

15.  **Reparto de la población española, según el tamaño del municipio en que vivía, desde 1900 hasta 2020. Para este último año se ha hecho una estimación:**

MUNICIPIOS	1900	1930	1960	1990	2020
Hasta 5 000 hab.	51 %	40 %	29 %	16 %	10 %
De 5 001 a 20 000	28 %	29 %	25 %	20 %	16 %
De 20 001 a 100 000	12 %	16 %	18 %	22 %	27 %
Más de 100 000	9 %	15 %	28 %	42 %	47 %

Número de habitantes de España, en millones, desde 1900 hasta la estimación hecha para el 2020:

1900	1930	1960	1990	2020
18,6	23,6	30,4	38,8	45,6

- Calcula el número de personas que vivían en los municipios más pequeños desde 1900 hasta 2020. En estos municipios, la población ha ido decreciendo pero, ¿lo hace de forma constante o cada vez decrece menos? Determina cómo evoluciona cada una de las clasificaciones de municipios.
- Calcula cuántos españoles vivían en los municipios más grandes desde 1900 y di cuál fue la evolución.
- Haz los diagramas de sectores que muestren la distribución de la población en cada uno de los años que figuran en la tabla.
- Estima a partir de qué año la mitad de la población vivía en municipios de más de 20 000 habitantes.

- a) En municipios de hasta 5 000 habitantes vivían:

$$\text{En 1900} \rightarrow 18,6 \cdot 0,51 = 9,486 \text{ millones de habitantes}$$

$$\text{En 1930} \rightarrow 23,6 \cdot 0,40 = 9,44 \text{ millones de habitantes}$$

$$\text{En 1960} \rightarrow 30,4 \cdot 0,29 = 8,816 \text{ millones de habitantes}$$

$$\text{En 1990} \rightarrow 38,8 \cdot 0,16 = 6,208 \text{ millones de habitantes}$$

$$\text{En 2020} \rightarrow 45,6 \cdot 0,10 = 4,56 \text{ millones de habitantes}$$

La población en estos municipios ha ido decreciendo; primero, de forma regular, y bastante menos en el último periodo.

La población en los municipios de 5 001 a 20 000 habitantes crece un punto de 1900 a 1930 y después no deja de disminuir de forma constante.

La población en los municipios de 20 001 a 100 000 habitantes crece en todos los periodos, aunque algo menos de 1930 a 1960.

La población en los municipios de más de 100 000 habitantes siempre crece, aunque lo hace la mitad entre 1900 y 1930 y entre 1990 y 2020 que en los otros dos periodos.

- b) En municipios de más de 100 000 habitantes vivían:

$$\text{En 1900} \rightarrow 18,6 \cdot 0,09 = 1,674 \text{ millones de habitantes}$$

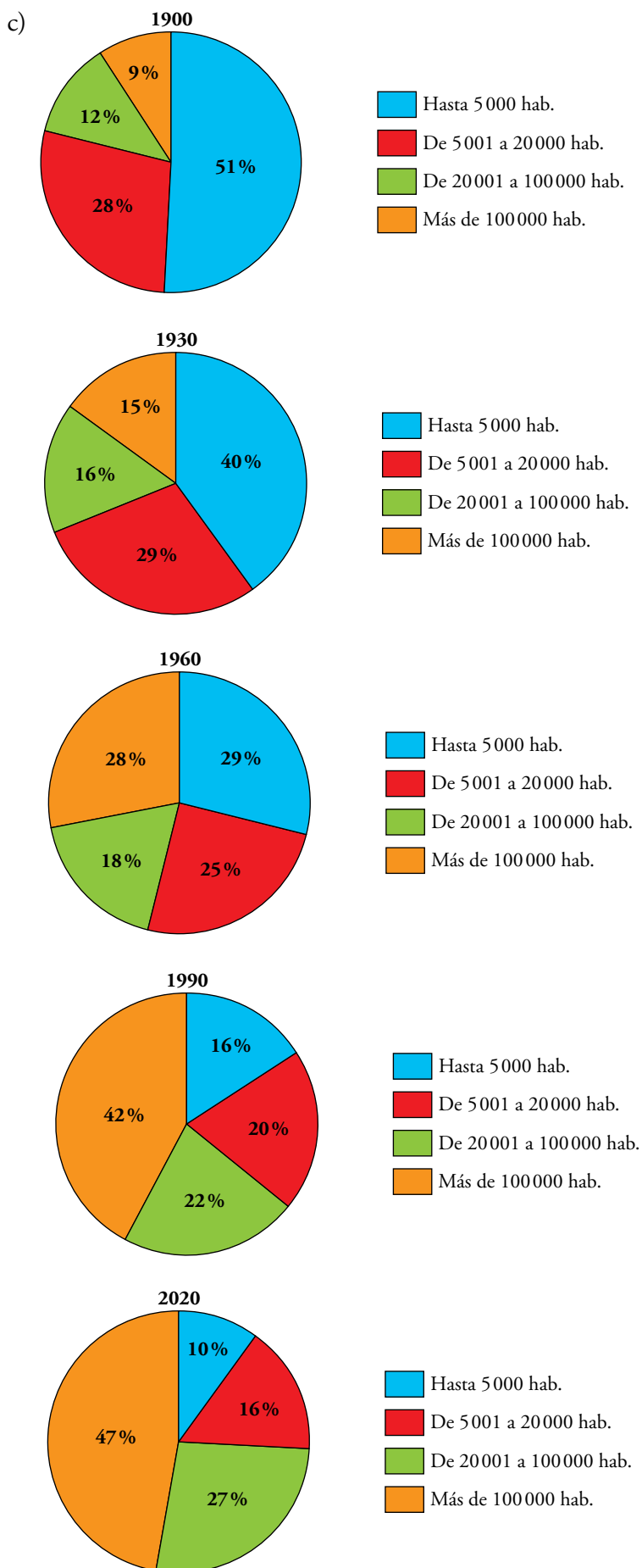
$$\text{En 1930} \rightarrow 23,6 \cdot 0,15 = 3,54 \text{ millones de habitantes}$$

$$\text{En 1960} \rightarrow 30,4 \cdot 0,28 = 8,512 \text{ millones de habitantes}$$

$$\text{En 1990} \rightarrow 38,8 \cdot 0,42 = 16,296 \text{ millones de habitantes}$$

$$\text{En 2020} \rightarrow 45,6 \cdot 0,47 = 21,432 \text{ millones de habitantes}$$

La población en los municipios de más de 100 000 habitantes siempre crece, aunque lo hace la mitad entre 1900 y 1930 y entre 1990 y 2020 que en los otros dos periodos.

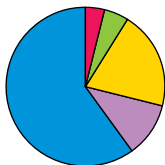


d) La mitad de la población vivía en municipios de más de 20 000 habitantes desde 1990.

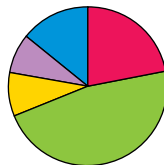
Observa, analiza y decide

La influencia del lugar donde se muestrea

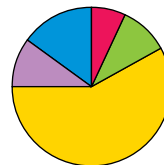
Estas gráficas corresponden a un estudio sobre gustos musicales, realizado a cuatro muestras de población tomadas en distintos ambientes.



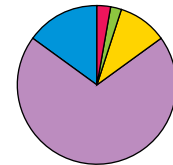
MUESTRA:
A la salida
de una discoteca.



MUESTRA:
En la puerta del
conservatorio musical.



MUESTRA:
En una fiesta en la
casa de Colombia.



MUESTRA:
En el parque junto a la
pista de los monopatines.

- Teniendo en cuenta el grupo al que pertenece cada muestra, ¿podrías decir el tipo de música que representa cada color?

Azul → Pop-Rock

Verde → Clásica

Amarillo → Salsa

Morado → Rap

Rojo → Jazz (por eliminación)

Investiga

Organiza los datos

Un padre negociador hace un pacto con su hijo:

Después del próximo examen de Matemáticas, deberá sumar, por un lado, las notas de todos los compañeros y compañeras que le hayan superado y, por otro, todas las que queden por debajo de la suya, y entonces:

- Si las bajas superan a las altas en 50 o más puntos, le regalará una moto.
- Si las altas superan a las bajas en 20 o más puntos, se quedará en casa estudiando todos los domingos durante un mes.
- En el resto de los casos, quedan en paz.

Las notas de sus compañeros y compañeras han sido:

5 - 5 - 4 - 9 - 8 - 6 - 3 - 6 - 3 - 7 - 4 - 5 - 6 - 6

7 - 7 - 4 - 7 - 5 - 2 - 6 - 5 - 5 - 8 - 3 - 9 - 10 - 5

- ¿Te parece un trato ventajoso para el chico?

¿Qué ocurre si su nota es un 5? ¿Y si saca un 6? ¿Qué nota necesita sacar para conseguir la moto?

Para hacer un análisis detallado, organizamos los datos en la siguiente tabla:

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	SUMA ASCENDENTE	SUMA DESCENDENTE
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	1	2	2	160
3	3	9	11	158
4	3	12	23	149
5	7	35	58	137
6	5	30	88	102
7	4	28	116	72
8	2	16	132	44
9	2	18	150	28
10	1	10	160	10

Con esta información vemos que:

	SUMA DE NOTAS INFERIORES	SUMA DE NOTAS SUPERIORES	DIFERENCIA	RESULTADO PARA EL HIJO
Si saca un 5	23	102	-79	MALO
Si saca un 6	58	72	-14	NEUTRO
Si saca un 7	88	44	+44	NEUTRO
Si saca un 8	116	28	+88	BUENO

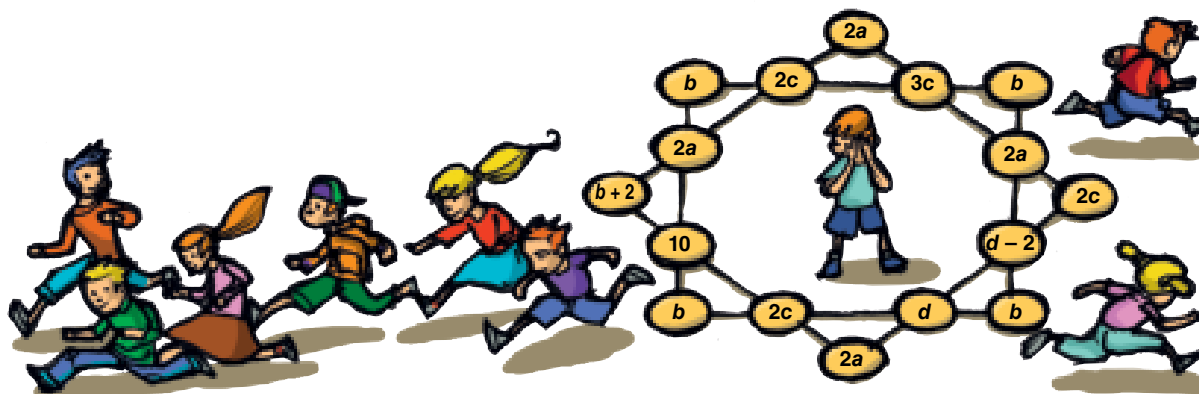
Por tanto:

- Para conseguir la moto, debe obtener, al menos, un 8.
- Para no quedarse en casa con los amigos, debe obtener, al menos, un 6.

Utiliza tu ingenio

- Las ocho filas de cuatro números suman lo mismo.

¿Cuál es el valor de a , b , c y d ?



— Igualando los lados derecho e izquierdo del rectángulo:

$$2b + 2a + 10 = 2b + 2a + d - 2 \rightarrow d = 12$$

— Igualando los lados superior e inferior del rectángulo:

$$2b + 5c = 2b + 2c + d \rightarrow c = 4$$

— Igualando el lado inferior derecho del rombo y el izquierdo del rectángulo:

$$2a + 2d - 2 + 2c = 2a + 2b + 10 \rightarrow b = 10$$

— Del lado inferior del rectángulo obtenemos el valor de una línea:

$$\text{Valor de línea} \rightarrow 2b + 2c + d = 40$$

— Igualando el lado izquierdo del rectángulo a 40:

$$2b + 2a + 10 = 40 \rightarrow a = 5$$

Solución: $a = 5$, $b = 10$, $c = 4$, $d = 12$

Entrena resolviendo problemas

- Un repartidor lleva en su camión siete cajas de refrescos llenas, siete medio llenas y siete vacías. Si desea repartir su mercancía en tres supermercados dejando en cada uno el mismo número de refrescos y el mismo número de cajas, ¿cómo debe hacer el reparto?

Supón que tiene mucha prisa y no quiere andar cambiando botellas de unas cajas a otras. ¿Cómo se las arreglará?

Una caja llena más una caja vacía equivalen a dos cajas medio llenas.

Por tanto, el repartidor tiene lo equivalente a $3 \cdot 7 = 21$ cajas medio llenas. En cada supermercado debería dejar lo equivalente a 7 cajas medio llenas.

Si en cada uno de los dos primeros supermercados deja:

$$\boxed{3 \text{ cajas llenas}} \quad \boxed{3 \text{ cajas vacías}} \quad \boxed{1 \text{ caja medio llena}}$$

que son como 7 medio llenas, lo que queda, seguro que sirve para el tercero:

$$\boxed{7 - 6 = 1 \text{ caja llena}} \quad \boxed{7 - 6 = 1 \text{ caja vacía}} \quad \boxed{7 - 2 = 5 \text{ cajas medio llenas}}$$

que también equivalen a 7 cajas medio llenas.

- Tienes dos mechas. Cada una de ellas tarda en consumirse 10 minutos. Pero la velocidad con que se consumen es irregular (es decir, en la mitad del tiempo no tiene por qué gastarse la mitad de la longitud de la mecha). ¿Serías capaz de medir con ellas un cuarto de hora? ¿Cómo?



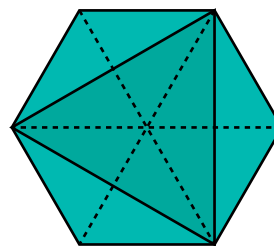
Si una mecha se prende simultáneamente por los dos extremos, se consume en 5 minutos. Por tanto, podemos prender una de las mechas por un único extremo y se consumirá en 10 minutos, y cuando esta acabe prenderemos la otra por los dos extremos simultáneamente y cuando se consuma por completo habrán pasado 5 minutos más, lo que hace el total de 15 minutos que buscábamos.

- Tres de los vértices de un hexágono regular coinciden con los vértices de un triángulo equilátero de 20 cm^2 de superficie. ¿Cuál es la superficie del hexágono?

El área del triángulo es la mitad de l área del hexágono.

Por tanto:

$$\text{Área del hexágono} = 20 \cdot 2 = 40 \text{ cm}^2$$



Autoevaluación

1. Indica, para cada caso, cuáles son los individuos, cuál la población, cuál la variable y de qué tipo es:

- a) **Número de veces al año que ha usado su tarjeta sanitaria cada paciente.**
- b) **Tiempo de espera de cada paciente en una consulta de un centro de salud.**
- c) **Tipo de especialista al que acuden los pacientes a un centro de salud.**

a) Individuo: cada paciente.

Población: todos los pacientes.

Variable: número de veces al año que han pasado su tarjeta.

Tipo de variable: cuantitativa discreta.

b) Individuo: cada paciente.

Población: todos los pacientes de la consulta.

Variable: tiempo de espera en la consulta.

Tipo de variable: cuantitativa continua.

c) Individuo: cada paciente.

Población: todos los pacientes de un centro de salud.

Variable: tipo de especialista.

Tipo de variable: cualitativa.

2. Para estudiar el “número de almendras que hay en cada tableta de chocolate” de una cierta producción se analiza una de cada 200 producidas un cierto día. Las tabletas analizadas, ¿son población o muestra?

Las tabletas analizadas son una muestra, ya que no se analizan todas, solo una de cada 200. Si se analizara toda la población, posiblemente se estropearían todas las tabletas.

3. Tiempo, en minutos, que pasaron en la sala de espera los pacientes de un médico cierto día:

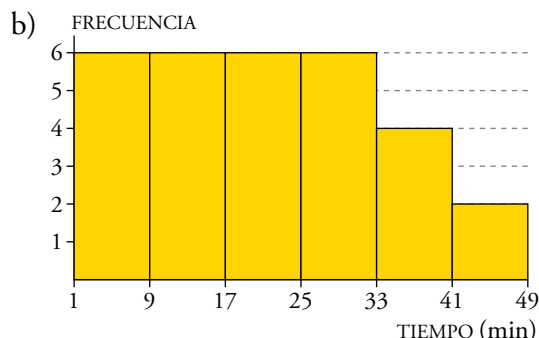
28	4	12	35	2	26	45	22	6	23
27	16	18	32	8	47	8	12	34	15
28	37	7	39	15	25	18	17	27	15

a) **Haz una tabla, repartiéndolos en intervalos de extremos 1 - 9 - 17 - 25 - 33 - 41 - 49.**

b) **Representa los resultados mediante un gráfico adecuado (diagrama de barras o histograma).**

a)

INTERVALO	f_i
1 - 9	6
9 - 17	6
17 - 25	6
25 - 33	6
33 - 41	4
41 - 49	2

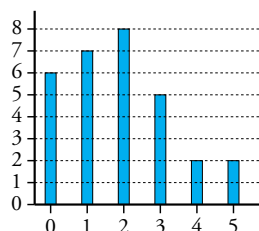


4. Número de días que han ido a la biblioteca del colegio los alumnos de un curso:

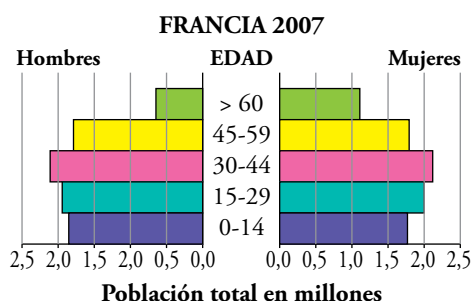
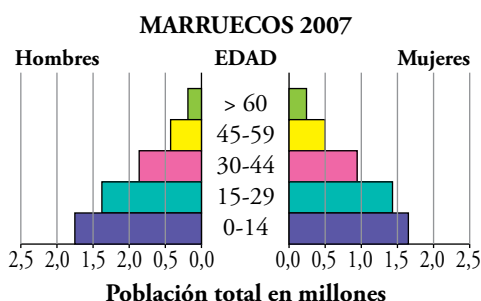
3 1 2 4 0 2 1 3 1 0 2 0 3 5 2
0 2 4 1 2 1 2 0 5 3 3 1 2 1 0

Haz una tabla de frecuencias y representa los resultados mediante un gráfico adecuado (diagrama de barras o histograma).

x_j	0	1	2	3	4	5	
f_j	6	7	8	5	2	2	30



5. Observa estas pirámides de población:



Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando las respuestas:

- a) La proporción de ancianos/as en Francia es mucho mayor que en Marruecos.
 - b) Hay más ancianas que ancianos en ambos países.
 - c) La proporción de niños/as es mayor en Marruecos que en Francia.
- a) Verdadero. Se observa que el número de nacimientos es muy similar en ambos países y sin embargo el de personas mayores de 60 (barras verdes) es mucho mayor en Francia.
- b) Verdadero. Las barras verdes de la derecha de cada pirámide, correspondientes a las mujeres, son más largas que las de la izquierda, hombres.
- c) Falso. Las barras moradas de ambos países son aproximadamente iguales.