Página 267

Resuelve

1. En el caso de los autobuses azul y rojo:

- **¿Quién viaja en el autobús rojo, los equipos de atletismo, o los familiares?**

  Por la edad podemos deducir que van los familiares.

- **¿Qué equipo es más numeroso, el de juveniles o el de cadetes? (Nota: busca las edades que abarcan esas dos categorías).**

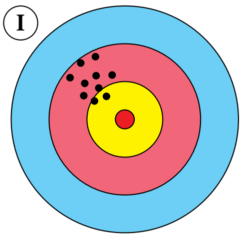
  El de cadetes.

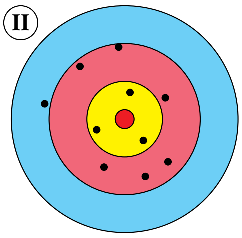
- **Separando a los viajeros por edades, ¿cuál es el grupo más numeroso en el autobús azul?**

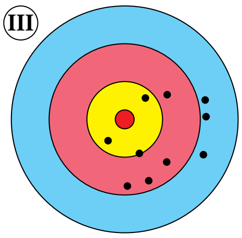
  El de cadetes.

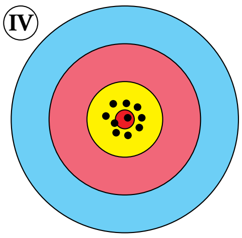
2. En el caso del tiro al blanco, imaginamos que los tiradores apuntan siempre al centro de la diana. Responde:

a) ¿Cuál es la diana de cada uno de los cuatro tiradores?

I


II


III


IV


b) Los buenos tiradores, ¿tienen resultados más o menos dispersos que los malos?

c) ¿Dónde habrían dado, aproximadamente, los disparos de Benito y Carla si hubieran intercambiado sus escopetas?

a) La diana I es la de Benito, la II es la de Carla, la III es Daniel y la IV de Ana.

b) Los buenos tiradores tienen resultados menos dispersos que los malos.

c) Los de Benito habrían dado en el centro y los de Carla se hubiesen desplazado hacia la izquierda y hacia arriba.

1 Dos tipos de parámetros estadísticos

Página 268

1. Calcula la media, la mediana y la moda de cada una de estas distribuciones estadísticas:

a) 4, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 11, 12, 17

b) 10, 12, 6, 9, 10, 8, 9, 10, 14, 2

c) 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 3, 7

d) 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1

a) $\bar{x} = \dfrac{4+5+6+6+6+6+7+11+12+17}{10} = \dfrac{80}{10} = 8$

$Me = \dfrac{6+6}{2} = 6$ $\qquad Mo = 6$

b) Ordenamos los datos de menor a mayor: 2, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 12, 14

$\bar{x} = \dfrac{2+6+8+9+9+10+10+10+12+14}{10} = \dfrac{90}{10} = 9$

$Me = \dfrac{9+10}{2} = 9,5$ $\qquad Mo = 10$

c) Ordenamos los datos de menor a mayor: 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 7

$\bar{x} = \dfrac{2+3+3+3+3+4+5+6+6+6+6+7}{12} = \dfrac{54}{12} = 4,5$

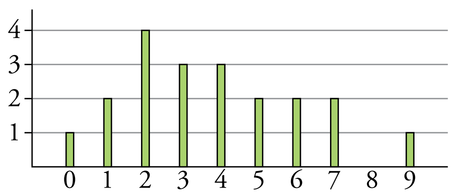
$Me = \dfrac{4+5}{2} = 4,5$ $\qquad Mo = 3$ y 6

d) Ordenamos los datos de menor a mayor: 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5

$\bar{x} = \dfrac{1+2+3+4+5+4+3+2+1}{9} = \dfrac{25}{9} \approx 2,78$

$Me = 3$ $\qquad Mo = 1, 2, 3$ y 4

2. Halla los parámetros de centralización de esta distribución dada por su diagrama de barras:



$\bar{x} = \dfrac{0+2\cdot 1+4\cdot 2+3\cdot 3+3\cdot 4+2\cdot 5+2\cdot 6+2\cdot 7+9}{20} = \dfrac{76}{20} = 3,8$

Son 20 valores así que la mediana estará entre los que ocupen las posiciones 10 y 11.

$Me = \dfrac{3+4}{2} = 3,5$

$Mo = 2$

Página 269

3. Halla los parámetros de dispersión de las distribuciones del ejercicio 1 de la página anterior.

a) Recorrido o rango = 17 – 4 = 13

$$DM = \frac{|4-8|+|5-8|+|6-8|+|6-8|+|6-8|+|6-8|+|7-8|+|11-8|+|12-8|+|17-8|}{10} =$$

$$= \frac{4+3+2+2+2+2+1+3+4+9}{10} = \frac{32}{10} = 3,2$$

$$\text{Varianza} = \frac{4^2+5^2+6^2+6^2+6^2+6^2+7^2+11^2+12^2+17^2}{10} - 8^2 =$$

$$= \frac{16+25+36+36+36+36+49+121+144+289}{10} - 64 = 78,8 - 64 = 14,8$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{14,8} = 3,85$$

b) Recorrido o rango = 14 – 2 = 12

$$DM = \frac{|2-9|+|6-9|+|8-9|+|9-9|+|9-9|+|10-9|+|10-9|+|10-9|}{10} +$$

$$+ \frac{|12-9|+|14-9|}{10} = \frac{7+3+1+0+0+1+1+1+3+5}{10} = \frac{22}{10} = 2,2$$

$$\text{Varianza} = \frac{2^2+6^2+8^2+9^2+9^2+10^2+10^2+10^2+12^2+14^2}{10} - 9^2 =$$

$$= \frac{4+36+64+81+81+100+100+100+144+196}{10} - 81 = 90,6 - 81 = 9,6$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{9,6} = 3,1$$

c) Recorrido o rango = 7 –2 = 5

$$DM = \frac{|2-4,5|+|3-4,5|+|3-4,5|+|3-4,5|+|3-4,5|+|4-4,5|+|5-4,5|}{12} +$$

$$+ \frac{|6-4,5|+|6-4,5|+|6-4,5|+|6-4,5|+|7-4,5|}{12} =$$

$$= \frac{2,5+1,5+1,5+1,5+1,5+0,5+0,5+1,5+1,5+1,5+1,5+2,5}{12} = \frac{18}{12} = 1,5$$

$$\text{Varianza} = \frac{2^2+3^2+3^2+3^2+3^2+4^2+5^2+6^2+6^2+6^2+6^2+7^2}{12} - 4,5^2 =$$

$$= \frac{4+9+9+9+9+16+25+36+36+36+36+49}{12} - 20,25 = 22,83 - 20,25 = 2,58$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{2,58} = 1,61$$

d) Recorrido o rango = 5 – 1 = 4

$$DM = \frac{\left|1-\frac{25}{9}\right|+\left|1-\frac{25}{9}\right|+\left|2-\frac{25}{9}\right|+\left|2-\frac{25}{9}\right|+\left|3-\frac{25}{9}\right|+\left|3-\frac{25}{9}\right|}{9} +$$

$$+ \frac{\left|4-\frac{25}{9}\right|+\left|4-\frac{25}{9}\right|+\left|5-\frac{25}{9}\right|}{9} = \frac{\frac{16}{9}+\frac{16}{9}+\frac{7}{9}+\frac{7}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{11}{9}+\frac{11}{9}+\frac{20}{9}}{9} = \frac{92}{81} \approx 1,14$$

$$\text{Varianza} = \frac{1^2 + 1^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2 + 4^2 + 4^2 + 5^2}{9} - \left(\frac{25}{9}\right)^2 =$$

$$= \frac{1 + 1 + 4 + 4 + 9 + 9 + 16 + 16 + 25}{9} - \frac{625}{81} = \frac{85}{9} - \frac{625}{81} = 1,73$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{1,73} = 1,31$$

4. Halla de dos formas distintas la varianza de esta distribución: 8, 7, 11, 15, 9, 7, 13, 15

7, 7, 8, 9, 11, 13, 15, 15

$$\bar{x} = \frac{7 + 7 + 8 + 9 + 11 + 13 + 15 + 15}{8} = \frac{85}{8} = 10,625$$

Forma 1

Promedio de los cuadrados de las distancias de los datos a la media:

$$\text{Varianza} = \frac{(7 - 10,625)^2 + (7 - 10,625)^2 + (8 - 10,625)^2 + (9 - 10,625)^2 + (11 - 10,625)^2}{8} +$$

$$+ \frac{(13 - 10,625)^2 + (15 - 10,625)^2 + (15 - 10,625)^2}{8} =$$

$$= \frac{3,625^2 + 3,625^2 + 2,625^2 + 1,625^2 + 0,375^2 + 2,375^2 + 4,375^2 + 4,375^2}{8} = 9,984$$

Forma 2

Promedio de los cuadrados menos el cuadrado de la media:

$$\text{Varianza} = \frac{7^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 11^2 + 13^2 + 15^2 + 15^2}{8} - 10,625^2 =$$

$$= \frac{49 + 49 + 64 + 81 + 121 + 169 + 225 + 225}{8} - 112,89 = 122,875 - 112,891 = 9,984$$

2 Cálculo de $\bar{x}$ y σ en tablas de frecuencias

Página 270

1. Calcula la media de las siguientes distribuciones:

a) NÚMERO DE HIJOS

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
f_i	6	14	15	7	4	2	1	1

b) NÚMERO DE SUSPENSOS EN ESTA EVALUACIÓN

x_i	0	1	2	3	4
f_i	17	11	3	1	1

a)

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	
f_i	6	14	15	7	4	2	1	1	50
$x_i \cdot f_i$	0	14	30	21	16	10	6	7	104

$$\bar{x} = \frac{104}{50} = 2,08$$

b)

x_i	0	1	2	3	4	
f_i	17	11	3	1	1	33
$x_i \cdot f_i$	0	11	6	3	4	24

$$\bar{x} = \frac{24}{33} \approx 0,727$$

Página 271

2. **Dada la tabla de frecuencias con las columnas correspondientes $f_i \cdot x_i$ y $f_i \cdot x_i^2$, copia y completa la fila de los totales y halla la media y la desviación típica de esta distribución:**

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
1	12	12	12
2	15	30	60
3	24	72	216
4	19	76	304
5	10	50	250
TOTAL			

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
1	12	12	12
2	15	30	60
3	24	72	216
4	19	76	304
5	10	50	250
TOTAL	80	240	842

$$\bar{x} = \frac{240}{80} = 3 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{842}{80} - 3^2} \approx 1,235$$

3. **Completa en tu cuaderno la tabla con las marcas de clase correspondientes y calcula la media y la desviación típica de la siguiente distribución:**

PESOS	PERSONAS
50 a 58	6
58 a 66	12
66 a 74	21
74 a 82	16
82 a 90	5

➡

x_i	f_i
54	6
	12
	21
	16
	5

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
54	6	324	17 496
62	12	744	46 128
70	21	1 470	102 900
78	16	1 248	97 344
86	5	430	36 980
TOTAL	60	4 216	300 848

$$\bar{x} = \frac{4\,216}{60} = 70,267 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{300\,848}{30} - 70,267^2} \approx 8,76$$

4. Halla las desviaciones típicas de las distribuciones de la actividad 1 de la página anterior.

a) NÚMERO DE HIJOS

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	6	0	0
1	14	14	14
2	15	30	60
3	7	21	63
4	4	16	64
5	2	10	50
6	1	6	36
7	1	7	49
TOTAL	50	104	336

$\bar{x} = \frac{104}{50} \approx 2,08 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{336}{50} - 2,08^2} \approx 1,547$

b) NÚMERO DE SUSPENSOS ESTA EVALUACIÓN

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	17	0	0
1	11	11	11
2	3	6	12
3	1	3	9
4	1	4	16
TOTAL	33	24	48

$\bar{x} = \frac{24}{33} \approx 0,727 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{48}{33} - \left(\frac{24}{33}\right)^2} \approx 0,962$

3 Obtención de $\bar{x}$ y σ con calculadora

Página 272

1. Sigue el proceso anterior para calcular $\bar{x}$ y σ en la distribución NÚMERO DE HIJOS de la actividad 1 de la página 270.

Introducimos los datos en la calculadora:

0 ⊗ 6 DATA → 0

1 ⊗ 14 DATA → 1

2 ⊗ 15 DATA → 2

3 ⊗ 7 DATA → 3

4 ⊗ 4 DATA → 4

5 ⊗ 2 DATA → 5

6 ⊗ 1 DATA → 6

7 ⊗ 1 DATA → 7

Obtenemos los resultados:

n → 50

Σx → 104

Σx^2 → 336

$\bar{x}$ → 2.08

σ_n → 1.547126

2. Sigue el proceso anterior para calcular $\bar{x}$ y σ en la distribución NÚMERO DE SUSPENSOS de la actividad 1 de la página 270.

Introducimos los datos en la calculadora:

0 ⊗ 17 DATA → 0

1 ⊗ 11 DATA → 1

2 ⊗ 3 DATA → 2

3 ⊗ 1 DATA → 3

4 ⊗ 1 DATA → 4

Obtenemos los resultados:

n → 33

Σx → 24

Σx^2 → 48

$\bar{x}$ → 0.7272727

σ_n → 0.9620914

Página 273

3. Sigue el proceso anterior para calcular $\bar{x}$ y σ en la distribución NÚMERO DE HIJOS de la actividad 1 de la página 270.

Se introducen en la tabla los valores de la variable:

0 ⊜ 1 ⊜ 2 ⊜ 3 ⊜ 4 ⊜ 5 ⊜ 6 ⊜ 7 ⊜

Se introducen los valores de las frecuencias:

6 ⊜ 14 ⊜ 15 ⊜ 7 ⊜ 4 ⊜ 2 ⊜ 1 ⊜ 1 ⊜

Se obtienen los resultados:

n (n.º de individuos: $\sum f_i$):	SHIFT STAT 5(VAR)1(n) ⊜	→	50
$\sum x$ (suma de los valores: $\sum f_i x_i$):	SHIFT STAT 4(SUM)2($\sum x$) ⊜	→	104
$\sum x^2$ (suma de los cuadrados: $\sum f_i x_i^2$):	SHIFT STAT 4(SUM)1($\sum x^2$) ⊜	→	336
$\bar{x}$ (media):	SHIFT STAT 5(VAR)2($\bar{x}$) ⊜	→	2,08
σ (desviación típica):	SHIFT STAT 5(VAR)3($x\sigma n$) ⊜	→	1,547126

4. Sigue el proceso anterior para calcular $\bar{x}$ y σ en la distribución NÚMERO DE SUSPENSOS de la actividad 1 de la página 270.

Se introducen en la tabla los valores de la variable:

0 ⊜ 1 ⊜ 2 ⊜ 3 ⊜ 4 ⊜

Se introducen los valores de las frecuencias:

17 ⊜ 11 ⊜ 3 ⊜ 1 ⊜ 1 ⊜

Se obtienen los resultados:

n (n.º de individuos: $\sum f_i$):	SHIFT STAT 5(VAR)1(n) ⊜	→	33
$\sum x$ (suma de los valores: $\sum f_i x_i$):	SHIFT STAT 4(SUM)2($\sum x$) ⊜	→	24
$\sum x^2$ (suma de los cuadrados: $\sum f_i x_i^2$):	SHIFT STAT 4(SUM)1($\sum x^2$) ⊜	→	48
$\bar{x}$ (media):	SHIFT STAT 5(VAR)2($\bar{x}$) ⊜	→	0,7272727
σ (desviación típica):	SHIFT STAT 5(VAR)3($x\sigma n$) ⊜	→	0,9620914

4 Interpretación conjunta de $\bar{x}$ y σ

Página 275

2. En distintas tiendas de instrumentos musicales preguntamos el precio de ciertos modelos concretos de piano, flauta travesera y armónica. Los resultados obtenidos tienen las siguientes medias y desviaciones típicas:

	PIANOS	FLAUTAS	ARMÓNICAS
MEDIA	**943 €**	**132 €**	**37 €**
DESV. TÍPICA	**148 €**	**22 €**	**12 €**

Compara la dispersión relativa de los precios de estos tres productos.

	PIANOS	FLAUTAS	ARMÓNICAS
MEDIA	943	132	37
DESV. TÍPICA	148	22	12
CV	0,157	0,167	0,324

$$CV_{\text{PIANO}} = \frac{148}{943} = 0,157 \to 15,7\,\%$$

$$CV_{\text{FLAUTAS}} = \frac{22}{132} = 0,167 \to 16,7\,\%$$

$$CV_{\text{ARMÓNICAS}} = \frac{12}{37} = 0,324 \to 32,4\,\%$$

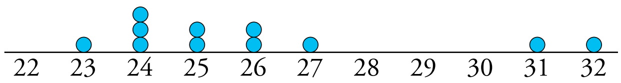
Podemos apreciar que la variación en los pianos y las flautas es muy parecida. En cambio, la variación de las armónicas es mayor que las anteriores, de hecho, es aproximadamente el doble que en las flautas.

5 Parámetros de posición: mediana y cuartiles

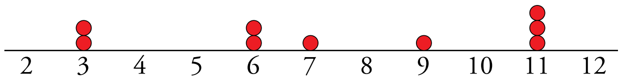
Página 276

1. Calcula Q_1, Me y Q_3 y sitúalos en cada una de las siguientes distribuciones representadas:

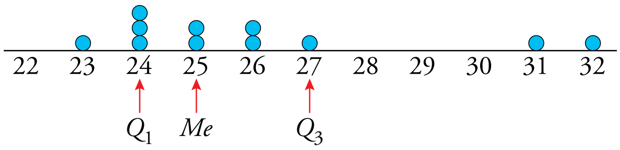
a)



b)



a)

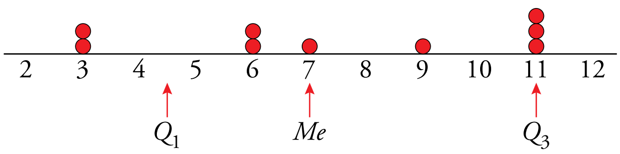


Q_1 — Me — Q_3

23 24 $\boxed{24}$ 24 25 $\boxed{25}$ 26 26 $\boxed{27}$ 31 32

Los número marcados separan los datos en cuatro partes iguales.

b)



Q_1: $\boxed{\dfrac{3+6}{2} = 4}$ — Me — Q_3: $\boxed{\dfrac{11+11}{2} = 11}$

3 3 6 6 $\boxed{7}$ 9 11 11 11

Los números marcados separan los datos en cuatro partes iguales.

2. En cada una de las distribuciones siguientes:

a) Calcula Q_1, Me y Q_3.

b) Representa los datos y sitúa en ellos Q_1, Me y Q_3.

A: 0, 0, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 10

B: 0, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 7, 7, 7, 14, 17, 29, 35

C: 12, 13, 19, 25, 63, 85, 123, 132, 147

a) Q_1 — Me — Q_3

A: 0 0 2 $\boxed{3}$ 4 4 4 $\boxed{4}$ 5 6 7 $\boxed{8}$ 9 9 10

Como la distribución tiene 15 elementos, la cuarta parte es 15 : 4 = 3,75.

$Q_1 = 3$; $Me = 4$; $Q_3 = 8$

$$\begin{array}{c} Me \\ \boxed{\dfrac{4+7}{2}=5,5} \end{array}$$

B: $0 \quad 1 \quad 1 \quad \underset{Q_1}{\boxed{2}} \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad | \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad \underset{Q_3}{\boxed{14}} \quad 17 \quad 29 \quad 35$

Como la distribución tiene 15 elementos, la cuarta parte es 14 : 4 = 3,5

$Q_1 = 2$

$Me = \dfrac{4+7}{2} = 5,5$

$Q_3 = 14$

$$Q_1: \boxed{\dfrac{13+19}{2}=16} \qquad Q_3: \boxed{\dfrac{123+132}{2}=127,5}$$

C: $12 \quad 13 \quad | \quad 19 \quad 25 \quad \underset{Me}{\boxed{63}} \quad 85 \quad 123 \quad | \quad 132 \quad 147$

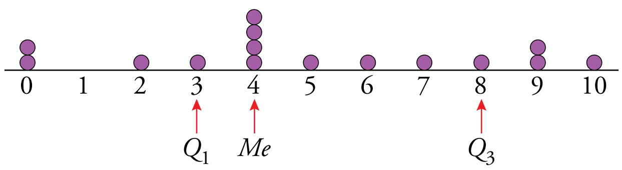
Como la distribución tiene 15 elementos, la cuarta es 9 : 4 = 2,25

$Q_1 = 16$

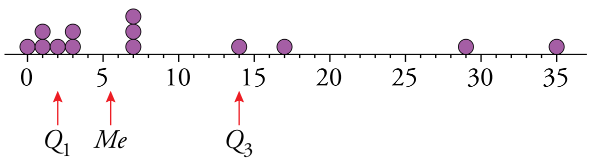
$Me = 63$

$Q_3 = 127,5$

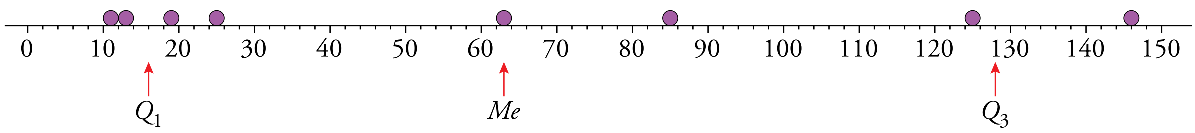
b) A



B



C

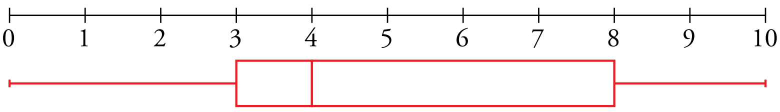


Página 277

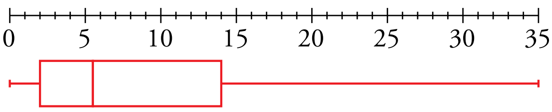
3. Representa con un diagrama de caja y bigotes cada distribución de la actividad 2 de la página anterior.

Utiliza los valores de Q_1, Me y Q_3 que hallaste en esa actividad.

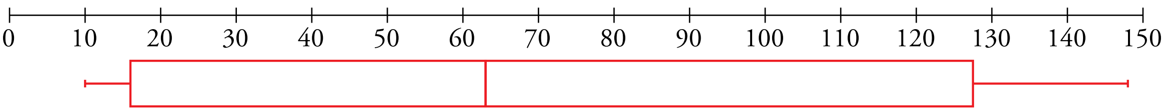
A. $Q_1 = 3$, $Me = 4$ y $Q_3 = 8$



B. $Q_1 = 2$, $Me = 5{,}5$ y $Q_3 = 14$



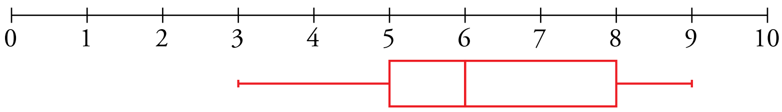
C. $Q_1 = 16$, $Me = 63$ y $Q_3 = 127{,}5$



4. Representa mediante un diagrama de caja y bigotes los siguientes puntos conseguidos en la diana:

7 6 6 8 5	5 7 9 6 8	4 7 5 8 6
7 5 6 6 7	5 6 6 5 8	6 7 5 9 3

Los parámetros de posición son → $Q_1 = 5$, $Me = 6$ y $Q_3 = 8$



Página 278

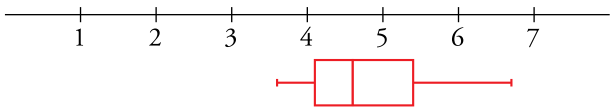
Hazlo tú

Construye el diagrama de caja y bigotes para el colectivo reducido (los 20 adultos sin niños) y compáralo con el del grupo inicial.

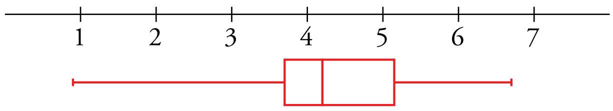
$\boxed{Q_1 = \dfrac{40 + 42}{2} = 41}$ $\boxed{Me = \dfrac{45 + 47}{2} = 46}$ $\boxed{Q_3 = \dfrac{53 + 55}{2} = 54}$

36 37 37 37 40 | 42 43 43 44 45 | 47 48 50 52 53 | 55 58 61 63 67

Sin los 5 miembros más jóvenes, el diagrama de caja y bigotes es el siguiente:



Con los 5 niños:



Haciendo una comparación de este diagrama y el del problema resuelto anterior podemos observar que las cajas son muy parecidas, lo que varía es la longitud del bigote izquierdo, ya que hemos suprimido las edades más jóvenes.

Ejercicios y problemas

Página 279

Practica

Parámetros de centralización y dispersión

1. **Calcula los parámetros media, mediana, moda, recorrido, desviación media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación en cada caso:**

a) 6, 3, 4, 2, 5, 5, 6, 4, 5, 6, 8, 9, 6, 7, 7, 6, 4, 6, 10, 6

b) 11, 12, 12, 11, 10, 13, 14, 15, 14, 12

c) 165, 167, 172, 168, 164, 158, 160, 167, 159, 162

Calculamos la tabla de frecuencias para facilitar el cálculo:

a) 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 8, 9, 7, 7, 10

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
2	1	2	4
3	1	3	9
4	3	12	48
5	3	15	75
6	7	42	252
7	2	14	98
8	1	8	64
9	1	9	81
10	1	10	100
TOTAL	20	115	731

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{115}{20} = 5,75$$

Recorrido = 8

$$Me = \frac{6+6}{2} = 6$$

DM = 1,4

Mo = 6

$$\text{Varianza} = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{731}{20} - 5,75^2 = 3,49$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{731}{20} - 5,75^2} = 1,87$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,87}{5,75} = 0,3248 \ \to\ 32,48\,\%$$

b) 10, 11, 11, 12, 12, 12, 13, 14, 14, 15

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
10	1	10	100
11	2	22	242
12	3	36	432
13	1	13	169
14	2	28	392
15	1	15	225
TOTAL	10	124	1 560

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{124}{10} = 12,4$$

Recorrido = 5

$$Me = \frac{12+12}{2} = 12$$

DM = 1,28

Mo = 12

$$\text{Varianza} = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{1\,560}{10} - 12,4^2 = 2,24$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{1\,560}{10} - 12,4^2} = 1,50$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,50}{12,4} = 0,1207 \ \to\ 12,07\,\%$$

c) 158, 159, 160, 162, 164, 165, 167, 167, 168, 172

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
158	1	158	24 964
159	1	159	25 281
160	1	160	25 600
162	1	162	26 244
164	1	164	26 896
165	1	165	27 225
167	2	334	55 778
168	1	168	28 224
172	1	172	29 584
TOTAL	10	1 642	269 796

$\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{1\,642}{10} = 164,2$ Recorrido = 14

$Me = \dfrac{164 + 165}{2} = 164,5$ DM = 3,6

Mo = 167

$$\text{Varianza} = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{269\,796}{10} - 164,2^2 = 17,96$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{269\,796}{10} - 164,2^2} = 4,24$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{4,24}{164,2} = 0,0258 \to 2,58\,\%$$

2. **El número de calzado que llevan los alumnos y las alumnas de una clase son los siguientes:**

42, 40, 43, 45, 43 **44, 38, 39, 40, 43**

41, 42, 38, 36, 38 **45, 38, 39, 42, 40**

40, 39, 37, 36, 41 **46, 44, 37, 42, 39**

a) Haz una tabla de frecuencias con los siguientes intervalos:

35,5 - 38,5 - 40,5 - 42,5 - - 44,5 - 46,5.

b) Halla la media, la desviación típica y el CV.

a) Tabla de frecuencias:

Intervalo	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
35,5-38,5	37	8	296	10 952
38,5-40,5	39,5	8	316	12 482
40,5-42,5	41,5	6	249	10 333,5
42,5-44,5	43,5	5	217,5	9 461,25
44,5-46,5	45,5	3	136,5	6 210,75
	TOTALES	30	1 215	49 439,5

b) $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{1215}{30} = 40,5$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{49\,439,5}{30} - 40,5^2} = 2,78$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2,78}{40,5} = 0,0687 \to 6,87\,\%$$

3. **Una fábrica ha contado el número de vasos que se le rompen en cada cajón de camino a la tienda. Estos son los resultados:**

N.° DE VASOS ROTOS	0	1	2	3	4	5	6
N.° DE CAJONES	51	23	11	8	4	2	1

a) Calcula la media, la desviación típica y el CV.

b) ¿Cuál es la moda?

c) Comprueba los resultados con la calculadora.

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	51	0	0
1	23	23	23
2	11	22	44
3	8	24	72
4	4	16	64
5	2	10	50
6	1	6	36
TOTAL	100	101	289

a) $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{101}{100} = 1,01$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{289}{100} - 1,01^2} = 1,37$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,37}{1,01} = 1,3539 \rightarrow 135,39\,\%$$

b) $Mo = 0$

c) Introducimos los datos en la calculadora:

0 ⊗ 6 DATA → 0

1 ⊗ 14 DATA → 1

2 ⊗ 15 DATA → 2

3 ⊗ 7 DATA → 3

4 ⊗ 4 DATA → 4

5 ⊗ 2 DATA → 5

6 ⊗ 1 DATA → 6

Obtenemos los resultados:

n → 100

Σx → 101

Σx^2 → 289

$\bar{x}$ → 1.01

σ_n → 1.367443

4. **La siguiente tabla muestra los lanzamientos de jabalina que se han realizado en la clasificación para los juegos olímpicos:**

DISTANCIAS (m)	N.° DE LANZADORES
54 a 58	4
58 a 62	11
62 a 66	24
66 a 70	9
70 a 74	2

a) Haz una tabla con las marcas de clase y las frecuencias.

b) Calcula la media, la desviación típica y el CV.

c) Comprueba los resultados con la calculadora.

a) Tabla de frecuencias:

Intervalo	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
54-58	56	4	224	12 544
58-62	60	11	660	39 600
62-66	64	24	1 536	98 304
66-70	68	9	612	41 616
70-74	72	2	144	10 368
	TOTALES	50	3 176	202 432

b) $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{3\,176}{50} = 63,52$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{202\,432}{50} - 63,52^2} = 3,72$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3,72}{63,52} = 0,0586 \;\rightarrow\; 5,86\,\%$$

c) Introducimos los datos en la calculadora:

56 ⊗ 4 DATA → 56

60 ⊗ 14 DATA → 60

64 ⊗ 15 DATA → 64

68 ⊗ 7 DATA → 68

72 ⊗ 4 DATA → 72

Obtenemos los resultados:

n → 50

Σx → 3176

Σx^2 → 202432

$\bar{x}$ → 63.52

σ_n → 3.721505

Parámetros de posición y diagramas de caja y bigotes

5. **Calcula la mediana y los cuartiles de cada una de las siguientes distribuciones:**

a) 1, 1, 1, 2, 2, 5, 6, 6, 6, 7, 8 10, 11

b) 4, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 8, 12, 14, 19, 22

c) 123, 125, 134, 140, 151, 173, 178, 186, 192, 198

$\boxed{Q_1 = \frac{1+2}{2} = 1,5}$ $\quad$ Me $\quad$ $\boxed{Q_2 = \frac{7+8}{2} = 7,5}$

a) 1 1 1 | 2 2 5 $\boxed{6}$ 6 6 7 | 8 10 11

$\boxed{Q_1 = \frac{5+6}{2} = 5,5}$ $\quad$ $\boxed{Me = \frac{7+7}{2} = 7}$ $\quad$ $\boxed{Q_3 = \frac{12+14}{2} = 13}$

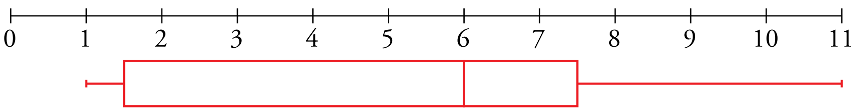
b) 4 5 5 | 6 7 7 | 7 8 12 | 14 19 2

Q_1 $\quad$ $\boxed{Me = \frac{151+173}{2} = 162}$ $\quad$ Q_3

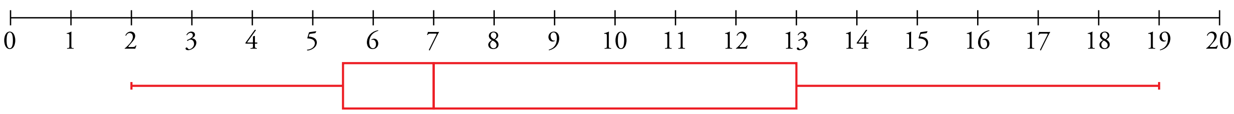
c) 123 125 $\boxed{134}$ 140 151 | 173 178 $\boxed{186}$ 192 198

6. **Dibuja el diagrama de caja y bigotes de cada una de las distribuciones del ejercicio anterior.**

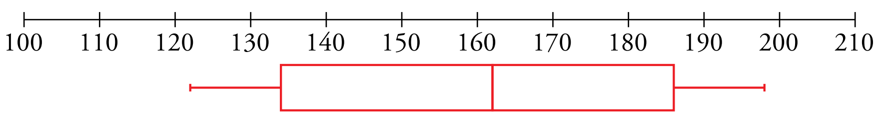
a)



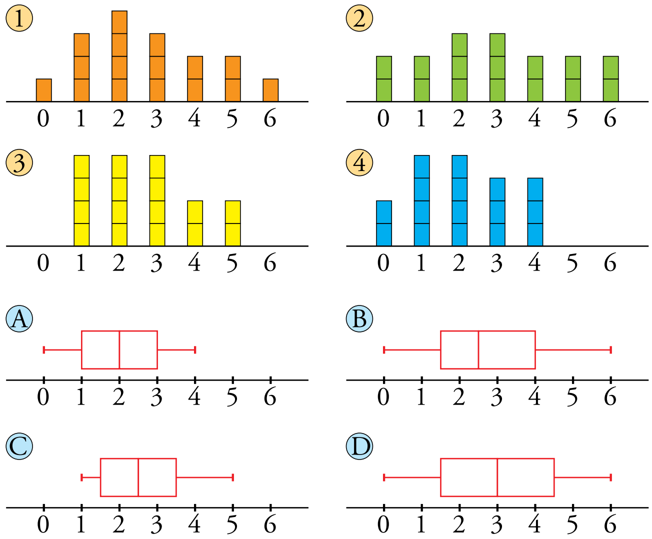
b)



c)



7. **Asocia cada gráfico de barras con su correspondiente diagrama de caja y bigotes:**



1 → B 2 → D 3 → C 4 → A

8. **Esta tabla muestra la distribución del número de asignaturas suspendidas en una evaluación por los estudiantes de una clase:**

N.° DE ASIG. SUSP.	0	1	2	3	4	5
N.° DE ESTUDIANTES	10	4	5	2	4	3

Representa esta distribución mediante un diagrama de caja y bigotes.

Puedes poner todos los números en fila para hallar los cuartiles, pero mejor es que, sin ponerlos, los imagines en fila y razones en consecuencia.

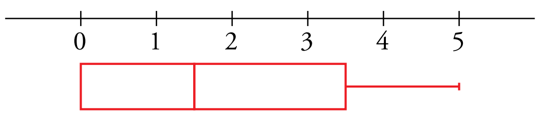
En total son 28 estudiantes preguntados.

La mediana estará entre el dato de la posición 14 y el 15, es decir, $Me = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$

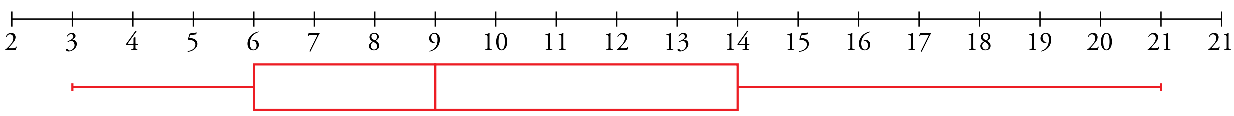
Quedarán 14 datos a la derecha y 14 datos a la izquierda de la mediana.

El primer cuartil estará entre los datos del puesto 7 y el puesto 8, es decir, $Q_1 = \frac{0+0}{2} = 0$

El tercer cuartil estará entre los datos del puesto 21 y el puesto 22, es decir, $Q_3 = \frac{3+4}{2} = 3{,}5$



9. **Conocemos el número de días al mes que ha llovido este año en una cierta región. Los valores de los cuartiles son 6, 9 y 14. El mes que más llovió fue marzo con 21 días y sabemos que el rango de la distribución es 18. Construye el diagrama de caja y bigotes. ¿Crees que es una región lluviosa?**



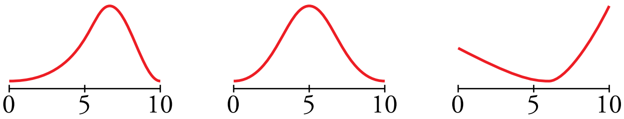
Observando el diagrama de caja y bigotes sí podemos deducir que es una región lluviosa.

Página 280

Resuelve problemas

10. **Se ha hecho un mismo examen en dos grupos, A y B, de 30 alumnos cada uno. Sus medias y sus desviaciones típicas son: $\bar{x}_A = 6$, $\sigma_A = 1$, $\bar{x}_B = 6$, $\sigma_B = 3$.**

a) Asigna una de estas gráficas a A y otra a B.

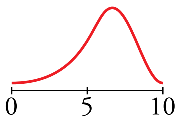


b) En una de las clases hay 11 suspensos y 4 sobresalientes, mientras que en la otra hay 5 suspensos y 1 sobresaliente. ¿Cuál es A y cuál es B?

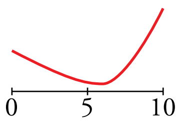
c) Si Marcos necesita sacar sobresaliente y Miguel se conforma con aprobar, ¿qué clase te parece más adecuada para cada uno de ellos?

a) La segunda gráfica la descartamos porque la media sería 5.

$\bar{x}_A = 6$ y $\sigma_A = 1 \rightarrow$ 1ª gráfica



$\bar{x}_B = 6$ y $\sigma_B = 3 \rightarrow$ 3ª gráfica

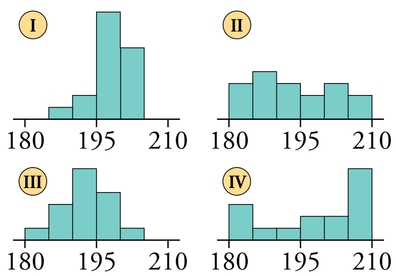


b) A corresponde con la clase de los 5 suspensos y el sobresaliente.

B corresponde con la clase de los 11 suspensos y los 4 sobresalientes.

c) La clase A será más adecuada para Marcos, y la clase B, para Miguel.

11. **Estas cuatro gráficas corresponden a las estaturas de los jugadores de cuatro equipos de baloncesto, A, B, C y D, cuyos parámetros aparecen en la tabla. ¿Cuál es la gráfica de cada equipo?**



EQUIPO	$\bar{x}$	σ
A	198,5	9,7
B	198,1	3,9
C	193	4,6
D	193,4	8,1

Halla el CV de cada equipo y ordénalos de menos a más regulares.

Los equipos I y IV tienen medias superiores a 195, y los equipos II y III, inferiores.

Además, los jugadores de IV tienen estaturas más extremas que I. Lo mismo ocurre con III que tiene estaturas más extremas que II.

Así, podemos relacionar:

A $\to$ IV B $\to$ I C $\to$ III D $\to$ II

$$CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{9,7}{198,5} = 0,0489 \to 4,89\,\%$$

$$CV_B = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3,9}{198,1} = 0,0197 \to 1,97\,\%$$

$$CV_C = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{4,6}{193} = 0,0238 \to 2,38\,\%$$

$$CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{8,1}{193,4} = 0,0419 \to 4,19\,\%$$

Los ordenamos de menos a más regulares:

A < D < C < B

12. **Elena, una jugadora de baloncesto, tiene una media de 17 puntos por partido y una desviación típica de 9. Su compañera, Sonia, tiene una media de 20 puntos y una desviación típica de 3 puntos.**

Para el próximo partido, el entrenador necesita una jugadora que intente conseguir 30 o más puntos. ¿A cuál de las dos debe seleccionar? ¿Por qué?

El entrenador necesita que la jugadora elegida haga 30 puntos.

Elena tiene $\bar{x} = 17$ y $\sigma = 9$ y pasa de los 30 puntos con 1,5 desviaciones típicas. Es decir, $\bar{x} + 1{,}5\sigma = 17 + 1{,}5 \cdot 9 = 30{,}5$.

Sonia tiene $\bar{x} = 20$ y $\sigma = 3$ y para tener al menos 30 puntos, necesita más de 3 desviaciones típicas. Es decir, $\bar{x} + 3\sigma = 20 + 3 \cdot 3 = 29$.

Por tanto, el entrenador debe seleccionar a Elena.

13. **Lidia y Marcos juegan varias veces a acertar, en un minuto, el máximo número de palabras dada su definición. Estos son los resultados:**

LIDIA	14	8	15	9	7	13	12	15
MARCOS	11	9	10	10	12	11	6	9

a) Halla la media y la desviación típica de cada uno.

b) Calcula sus CV y di quién es más regular.

a) Lidia:

$$\bar{x} = \frac{14+8+15+9+7+13+12+15}{8} \approx 11{,}63$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{14^2+8^2+15^2+9^2+7^2+13^2+12^2+15^2}{8} - 11{,}63^2} \approx 2{,}98$$

Marcos:

$$\bar{x} = \frac{11+9+10+10+12+11+6+9}{8} = 9{,}75$$

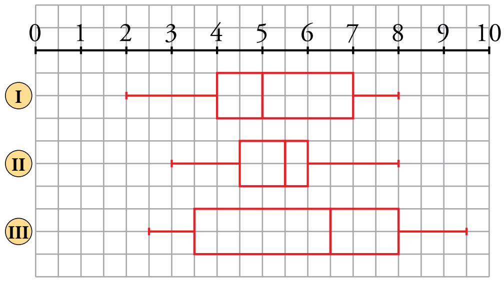
$$\sigma = \sqrt{\frac{11^2+9^2+10^2+10^2+12^2+11^2+6^2+9^2}{8} - 9{,}75^2} \approx 2{,}94$$

b) Lidia: $CV = \dfrac{2,98}{11,63} = 0,26 \rightarrow 26\,\%$

Marcos: $CV = \dfrac{2,94}{9,75} = 0,30 \rightarrow 30\,\%$

Lidia es un poco más regular.

14. **a) Compara estas distribuciones de notas obtenidas por tres grupos de alumnos indicando cuáles son la mediana y los cuartiles en cada una:**



b) En la evaluación se hicieron estos comentarios:

I. Aprobó el 50 % de la clase.

II. Las notas son muy parecidas.

III. La cuarta parte de la clase tiene notas superiores a 7.

IV. Es la mejor clase, aunque también es la que tiene mayor dispersión.

Indica a qué grupo corresponde cada comentario.

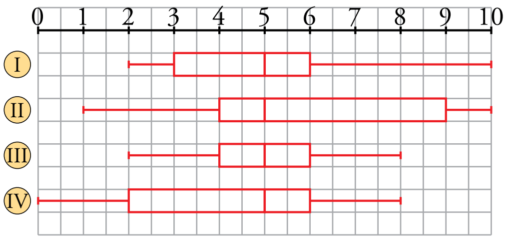
a) I. $Q_1 = 4$ $\quad Me = 5$ $\quad Q_3 = 7$

II. $Q_1 = 4,5$ $\quad Me = 5,5$ $\quad Q_3 = 6$

III. $Q_1 = 3,5$ $\quad Me = 6,5$ $\quad Q_3 = 8$

b) I. Grupo I $\qquad$ II. Grupo II $\qquad$ III. Grupo I $\qquad$ IV. Grupo III

15. **Estos son los diagramas de caja de las notas en matemáticas de cuatro clases de 20 alumnos:**



a) Di, en cada una de ellas, los valores menor y mayor así como Q_1, Me y Q_3.

b) Los parámetros son, no respectivamente:

	A	B	C	D
$\bar{x}$	4	6	5	5
σ	2,3	3,1	2,5	1,3

Asocia los parámetros con su clase.

c) Las 20 notas de la clase I son:

2 2 2 2 3 3 4 4 4 5 5 5 5 6 6 7 8 8 10 10

Comprueba que responden a su diagrama de caja.

Inventa tú 20 valores que respondan a cada uno de los diagramas II, III y IV.

d) Calcula $\bar{x}$ y σ en las distribuciones que has inventado en el apartado anterior y compáralos con los que se dan en la tabla del apartado b).

e) Halla el coeficiente de variación de cada distribución del apartado b) y determina cuál es más regular.

a) I. $Mín = 2$ $Me = 5$ $Q_3 = 6$ $Máx = 10$

II. $Mín = 1$ $Me = 5$ $Q_3 = 9$ $Máx = 10$

III. $Mín = 2$ $Me = 5$ $Q_3 = 6$ $Máx = 8$

IV. $Mín = 0$ $Me = 5$ $Q_3 = 6$ $Máx = 8$

b) A tiene la media más baja: A $\to$ IV

B tiene la media más alta: B $\to$ II

C parece centrada en 5 con dispersión alta: C $\to$ I

D tiene dispersión baja y la media y la mediana coinciden: D $\to$ III

c) Para que los datos respondan al diagrama I habría que cambiar el 7 por un 6.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

II $\to$ 1 2 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 7 8 9 9 9 9 10 10

III $\to$ 2 2 2 3 4 4 4 5 5 5 5 5 5 6 6 6 7 7 8 8

IV $\to$ 0 1 1 2 2 2 3 4 4 5 5 5 6 6 6 6 7 7 7 8

d) Respuesta abierta.

e) Respuesta abierta.

Página 281

16. **Rafa es vendedor ambulante seis días a la semana. Ayer, viernes, calculó que durante esta semana había conseguido una ganancia media de 48 € diarios. Al hacer la misma cuenta hoy, sábado, resulta una media de 60 € diarios. ¿Cuánto ha ganado hoy?**

La media que calculó el viernes fue: $\bar{x} = 48 = \dfrac{\sum x_i}{5} \to \sum x_i = 240$.

La media de hoy, sábado, es: $\bar{x} = 60 = \dfrac{\sum x_i}{6} \to \sum x_i = 360$.

Por lo tanto, Rafa ha ganado hoy 360 – 240 = 120 €.

17. **Para hallar la nota de una asignatura, el segundo examen vale el doble que el primero, y el tercero, el triple que el primero.**

a) ¿Cuál es la nota final de una alumna que sacó un 5, un 6 y un 4?

b) ¿Y si esas notas son el 10 %, el 40 % y el 50 %?

a) $\dfrac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 4}{1 + 2 + 3} = \dfrac{29}{6} = 4,8\widehat{3}$

b) $\dfrac{10 \cdot 5 + 40 \cdot 6 + 50 \cdot 4}{10 + 40 + 50} = \dfrac{490}{100} = 4,9$

18. **Sabemos que, en una clase, la calificación media de un examen ha sido 5, y la desviación típica, 1,5. En esa misma clase, para otro examen, la calificación media ha sido, también, 5 y la desviación típica, 1.**

Si un alumno ha obtenido un 8 en el primer examen y un 7,5 en el segundo, ¿qué nota te parece más meritoria? ¿Por qué?

El coeficiente de variación en el primer examen es del 30 %, y en el segundo, del 20 %. Así, en el segundo examen hay menos personas que hayan sacado notas muy por encima de la media y, por lo tanto, el 7,5 de este alumno es más meritorio.

Problemas "+"

19. **En un test de inteligencia realizado a 200 personas, se han obtenido los siguientes resultados:**

PUNTUACIÓN	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
N.º PERSONAS	6	18	76	70	22	8

a) Calcula la media y la desviación típica.

b) ¿Qué porcentaje de individuos tiene una inteligencia superior a $\bar{x} + 2\sigma$? ¿Y cuántos inferior a $\bar{x} - 2\sigma$? Haz una estimación razonada.

a)

INTERVALO	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
30 - 40	35	6	210	7 350
40 - 50	45	18	810	36 450
50 - 60	55	76	4 180	229 900
60 - 70	65	70	4 550	295 750
70 - 80	75	22	1 650	123 750
80 - 90	85	8	680	57 800
		200	12 080	751 000

$\bar{x} = \frac{12\,080}{200} = 60{,}4$; $\sigma = \sqrt{\frac{751\,000}{200} - (60{,}4)^2} = 10{,}336$

b) Como $\bar{x} + 2\sigma = 60{,}4 + 2 \cdot 10{,}336 \approx 81$ y en el intervalo 80 - 90 hay 8 personas, estimamos que en el intervalo 81 - 90 hay, aproximadamente, 7 personas. Como en total hay 200 personas, el porcentaje de individuos con una inteligencia superior a $\bar{x} + 2\sigma$ es $\frac{7}{200} = 0{,}35 \approx 35\,\%$.

Por otro lado, como $\bar{x} - 2\sigma = 60{,}4 - 2 \cdot 10{,}336 \approx 39{,}7$, y en el intervalo 30 - 40 hay 6 personas, estimamos que en el intervalo 30 - 39,7 hay, aproximadamente, 6 personas. Como en total hay 200 personas, el porcentaje de individuos con una inteligencia inferior a $\bar{x} - 2\sigma$ es $\frac{6}{200} = 0{,}3 \approx 3\,\%$.

Los dos porcentajes deberían ser aproximadamente iguales.

20. Al medir el peso al nacer en una determinada especie de animales, hemos obtenido los datos siguientes:

PESO (kg)	N.° DE ANIMALES
3,5 - 4,5	**1**
4,5 - 5,5	**8**
5,5 - 6,5	**28**
6,5 - 7,5	**26**
7,5 - 8,5	**16**
8,5 - 9,5	**1**

a) Calcula la media y la desviación típica.

b) ¿Qué porcentaje de animales pesó entre $\bar{x} - \sigma$ y $\bar{x} + \sigma$? ¿Y más que $\bar{x} + \sigma$? ¿Y menos que $\bar{x} - \sigma$?

a)

INTERVALO	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
3,5 - 4,5	4	1	4	16
4,5 - 5,5	5	8	40	200
5,5 - 6,5	6	28	168	1 008
6,5 - 7,5	7	26	182	1 274
7,5 - 8,5	8	16	128	1 024
8,5 - 9,5	9	1	9	81
		80	531	3 603

$\bar{x} = \frac{531}{80} = 6{,}638$

$\sigma = \sqrt{\frac{3\,603}{80} - (6{,}638)^2} = 0{,}997$

b) $\bar{x} - \sigma = 6{,}638 - 0{,}997 = 5{,}641 \approx 5{,}5$; $\bar{x} + \sigma = 6{,}638 + 0{,}997 = 7{,}635 \approx 7{,}5$

En el intervalo que va de $\bar{x} - \sigma$ a $\bar{x} + \sigma$ hay 28 + 26 = 54 individuos, que supone un $\frac{54}{80} = 0{,}675 = 67{,}5\,\%$.

Con más de $\bar{x} + \sigma$ hay 16 + 1 = 17 individuos, que supone un $\frac{17}{80} = 0{,}2125 = 21{,}25\,\%$.

Con menos de $\bar{x} - \sigma$ hay 1 + 8 = 9 individuos, que supone un $\frac{9}{80} = 0{,}1125 = 11{,}25\,\%$.

21. **Estas son las estaturas de 4 350 soldados:**

ESTATURA (m) (MARCAS DE CLASE)	1,52	1,56	1,60	1,64	1,68	1,72	1,76	1,80	1,84	1,88
N.º SOLDADOS	62	186	530	812	953	860	507	285	126	29

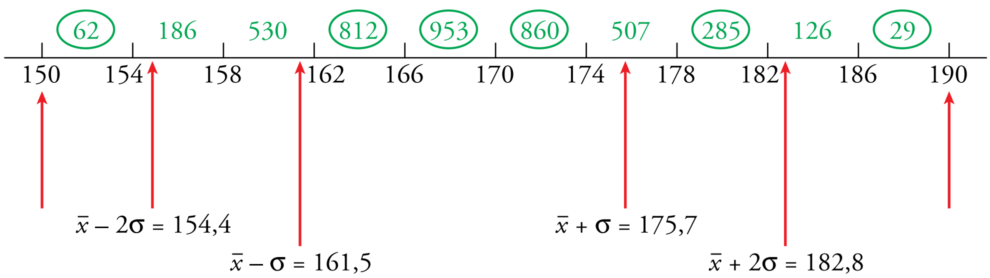
Decimos que los soldados que tienen su estatura entre $\bar{x} + \sigma$ y $\bar{x} + 2\sigma$ son *altos*, si la tienen entre $\bar{x} - \sigma$ y $\bar{x} - 2\sigma$, son *bajos* y entre $\bar{x} - \sigma$ y $\bar{x} + \sigma$, son *normales*. Estima qué tanto por ciento de altos, de bajos y de normales hay. ¿Qué porcentaje hay de *altísimos* y de *bajísimos*?

Empezamos por calcular $\bar{x}$ y σ. Obtenemos $\bar{x} = 168{,}6$ cm, $\sigma = 7{,}1$ cm.

Son importantes los siguientes valores:

$\bar{x} - 2\sigma = 154{,}4$ $\qquad$ $\bar{x} - \sigma = 161{,}6$ $\qquad$ $\bar{x} + \sigma = 175{,}7$ $\qquad$ $\bar{x} + 2\sigma = 182{,}8$

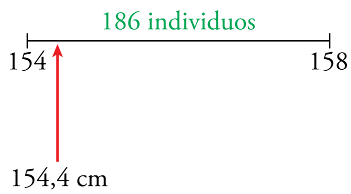
Representamos estos valores junto con los extremos de los intervalos:



Deseamos averiguar el número de individuos que hay en los *tramos* delimitados por las líneas rojas. Para ello, hemos puesto, en verde, los individuos de cada intervalo. Se han señalado los que están contenidos por completo en uno de los *tramos*. Así, 62 son los individuos del primer intervalo que están dentro del *tramo* 150 - 154,4.

Los demás números en verde hemos de repartirlos del siguiente modo:

2.º intervalo:



$$\frac{186 \text{ individuos}}{4 \text{ cm}} = \frac{x}{154{,}4 - 154} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{0{,}4 \cdot 186}{4} = 18{,}6 \approx 19 \text{ individuos}$$

Asignamos **19** inidividuos a la izquierda de 154,4 y 186 – 19 = **167** a la derecha.

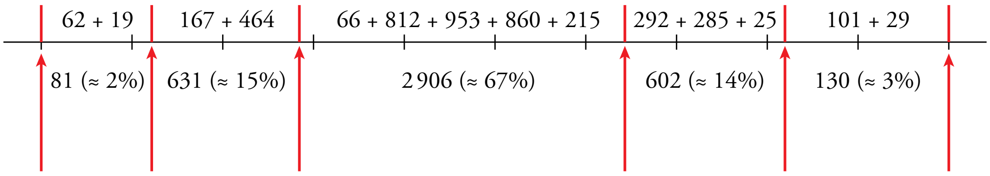
Análogamente:

3.er intervalo: → **464** individuos a la izquierda de 161,5 y **66** a la derecha.

7.º intervalo: → **215** individuos a la izquierda de 175,7 y **292** a la derecha.

9.º intervalo: → **25** individuos a la izquierda de 182,8 y **101** a la derecha.

Conclusión:



Por tanto, diremos que hay:

2 % de bajísimos, 15 % de bajos, 67 % de normales, 14 % de altos y 3 % de altísimos.

(Los porcentajes suman 101 y no 100 debido al redondeo).

22. **Estas son las horas de estudio semanal de un grupo de alumnas y alumnos:**

14	**9**	**9**	**20**	**18**	**12**	**14**	**6**	**14**	**8**
15	**10**	**18**	**20**	**2**	**7**	**18**	**8**	**12**	**10**
20	**16**	**18**	**15**	**24**	**10**	**12**	**25**	**24**	**17**
10	**4**	**8**	**20**	**10**	**12**	**16**	**5**	**4**	**13**

a) Construye una tabla de frecuencias con los siguientes intervalos: 1,5 - 6,5 - 11,5 - - 16,5 - 21,5 - 26,5

b) Calcula la media y la desviación típica.

c) Utilizando los parámetros $\bar{x}$ y σ, haz cinco intervalos con las siguientes características: *estudia muy poco*, *estudia poco*, *estudia normal*, *estudia mucho*, *estudia muchísimo*. ¿Qué proporción de individuos hay en cada uno?

a)

INTERVALO	FRECUENCIA
1,5 - 6,5	5
6,5 - 11,5	11
11,5 - 16,5	12
16,5 - 21,5	9
21,5 - 26,5	3

b)

INTERVALO	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
1,5 - 6,5	4	5	20	80
6,5 - 11,5	9	11	99	891
11,5 - 16,5	14	12	168	2 352
16,5 - 21,5	19	9	171	3 249
21,5 - 26,5	24	3	72	1 728
		40	530	8 300

$$\bar{x} = \frac{530}{40} = 13{,}25 \text{ h}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{8\,300}{40} - (13{,}25)^2} = 5{,}6513$$

c) $\bar{x} - 2\sigma = 13{,}25 - 2 \cdot 5{,}6513 \approx 1{,}9$

$\bar{x} - \sigma = 13{,}25 - 5{,}6513 \approx 7{,}6$

$\bar{x} + \sigma = 13{,}25 + 5{,}6513 \approx 18{,}9$

$\bar{x} + 2\sigma = 13{,}25 + 2 \cdot 5{,}6513 \approx 24{,}6$

Por tanto:

Estudian muy poco los que están entre 0 h y 1,9 h a la semana.

Estudian poco los que están entre 1,9 h y 7,6 h a la semana.

Estudian normal los que están entre 7,6 h y 18,9 h a la semana.

Estudian mucho los que están entre 18,9 h y 24,6 h a la semana.

Estudian muchísimo los que están más de 24,6 h a la semana.

Construimos una tabla para hallar la proporción de individuos que hay en cada intervalo:

INTERVALO	f_i	%
menos de 1,9	0	0 %
1,9 - 7,6	6	15 %
7,6 - 18,9	27	67,5 %
18,9 - 24,6	6	15 %
más de 24,6	1	2,5 %
TOTAL	40	100 %

23. **En una clase, estas son las notas de un examen:**

NOTAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N.° ALUMNOS	4	3	2	1	7	3	2	8	3	2

Calcula las notas medias de: la clase $(\bar{x})$, los aprobados $(\bar{x}_A)$ y los suspensos $(\bar{x}_B)$. ¿Se podría hallar $\bar{x}$ haciendo la media de $\bar{x}_A$ y $\bar{x}_B$?

$\bar{x} = \dfrac{198}{35} \approx 5,657$ $\qquad \bar{x}_A = \dfrac{178}{25} = 7,12$ $\qquad \bar{x}_B = \dfrac{20}{10} = 2$

Haciendo la media de $\bar{x}_A$ y $\bar{x}_B$ no se puede hallar $\bar{x}$. Observamos que:

Si $\bar{x}_A = \dfrac{a}{b}$ y $\bar{x}_B = \dfrac{c}{d}$, $\bar{x} = \dfrac{a+c}{b+d}$

$$\frac{\bar{x}_A + \bar{x}_B}{2} \neq \frac{a+c}{b+d}$$

Reflexiona sobre la teoría

24. **Si dos distribuciones tienen igual media, y la desviación típica de la primera es mayor que la de la segunda, ¿en cuál de las dos es mayor el coeficiente de variación? ¿Y si tienen la misma desviación típica, y la media de la primera es mayor que la de la segunda?**

- Primer caso:

$$\left.\begin{array}{l} \bar{x} = \bar{x}' \\ \sigma > \sigma' \end{array}\right\} \rightarrow \text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}},\ \text{CV}' = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{\sigma'}{\bar{x}} \rightarrow \text{CV} > \text{CV}'$$

El coeficiente de variación es mayor en la primera distribución.

- Segundo caso:

$$\left.\begin{array}{l} \bar{x} = \bar{x}' \\ \sigma > \sigma' \end{array}\right\} \rightarrow \text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}},\ \text{CV}' = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{\sigma}{\bar{x}'} \rightarrow \text{CV} < \text{CV}'$$

El coeficiente de variación es mayor en la segunda distribución.

25. **¿Qué les ocurre a la $\bar{x}$ y a la σ de una distribución si a todos sus datos les sumamos un mismo número? ¿Y si los multiplicamos por el mismo número? Comprueba tus conjeturas con estos datos:**

4, 3, 6, 7, 5, 4, 5, 3, 2, 6, 5

- Si a cada dato le sumamos un mismo número, a, entonces la media aumenta a unidades pero la desviación típica no varía.

  Datos $\rightarrow$ $x'_i = x_i + a$

  Parámetros $\rightarrow$ $\bar{x}' = \bar{x} + a$; $\sigma' = \sigma$

- Si cada dato se multiplica por k, la media y la desviación típica se multiplican por k:

  Datos $\rightarrow$ $x_i'' = k \cdot x_i$

  Parámetros $\rightarrow$ $\bar{x}'' = k \cdot \bar{x}$; $\sigma'' = \sigma$

Comprobación:

Los parámetros de la distribución son $\bar{x} \approx 4{,}55$ y $\sigma \approx 1{,}42$.

Si sumamos 3 a cada dato, obtenemos $\bar{x} \approx 7{,}55$ y $\sigma \approx 1{,}42$.

Si multiplicamos por 2 cada dato, obtenemos $\bar{x} \approx 9{,}1$ y $\sigma \approx 2{,}84$.

Página 282

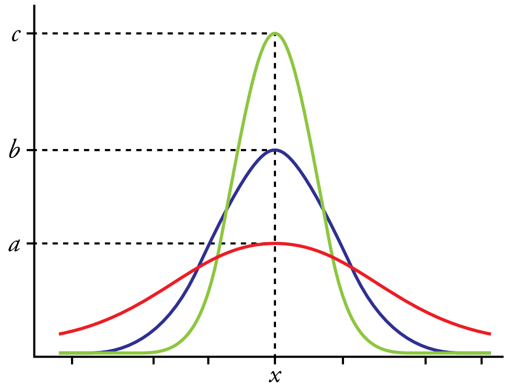
Lee y aprende

La campana de Gauss

Muchas variables estadísticas relativas a fenómenos del mundo real, con componentes aleatorios, presentan frecuencias muy bajas en los valores extremos, que van creciendo a medida que se acercan a los valores centrales.

Así se comporta, por ejemplo, la distribución de las alturas de un conjunto de personas: unos poquitos muy bajos (menos de 1,55 m), otros poquitos muy altos (más de 1,95 m) y muchos entre los valores intermedios (alrededor de 1,75 m). Y lo mismo podemos decir de la distribución de pesos, el tallaje en las prendas de vestir, los datos relativos a temperaturas, caudales de ríos, gasto de energía, ingresos, etc.

Este tipo de distribuciones, en su forma ideal, responden al concepto de distribución normal y su representación gráfica (*valores-frecuencias*) se conoce como Campana de Gauss, por su forma y por ser Gauss el primer matemático que aplicó estos conceptos en estudios prácticos, para otras ciencias.

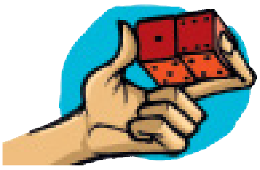


- **¿Cuál sería la media en la distribución de la gráfica roja? ¿Y la mediana? ¿Y la moda?**
- **¿Qué valor tendrían esos parámetros en la gráfica verde? ¿Y en la morada?**

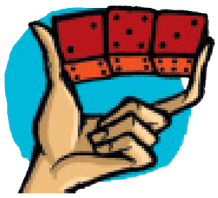
La media, la mediana y la moda de cualquier distribución normal coinciden.

Piensa y generaliza

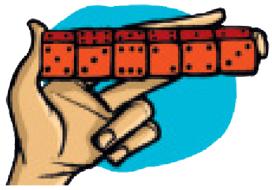
Este dado tiene dos caras ocultas y cuatro a la vista. ¿Cuántos puntos suman las caras ocultas?



Aquí hay cuatro caras ocultas. ¿Cuántos puntos suman esas cuatro caras?



¿Y aquí?

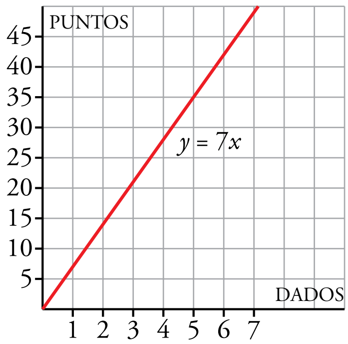


¿Y aquí?

- **¿Y si hubiera x dados?**

El número de puntos de las caras ocultas está en función del número de dados. Escribe y representa una función que relacione el número de dados, x, con el de puntos en las caras ocultas, y.

- Las caras opuestas de un dado siempre suman 7 puntos.
- Según la respuesta anterior, $7 \cdot 2 = 14$ puntos.
- $7 \cdot 3 = 21$ puntos.
- $7 \cdot 6 = 42$ puntos.
- Según la serie anterior, si hubiera x dados las caras ocultas sumarían $7 \cdot x$ puntos.
- $y = 7x$



Página 283

Entrénate resolviendo problemas

- **Fátima ha invitado a diez amigos a su fiesta de cumpleaños. Después de merendar, propone un acertijo con premio:**

  "Se llevará la caja de bombones quien averigüe, sin abrirla, cuántos bombones contiene. Doy tres pistas:

  — Hay menos de cinco docenas.

  — Están ordenados en filas de nueve.

  — Si se repartieran entre todos los presentes, sobraría uno".

  ¿Cuántos bombones contiene la caja?

  Las pistas de Fátima se traducen en lo siguiente:

  • Hay menos de 60 bombones.

  • El número de bombones es un múltiplo de 9.

  Pueden ser 54, 45, 36, 27, 18 y 9.

  • El número de bombones es una unidad mayor que un múltiplo de 11.

  Solo 45 cumple esta última condición (44 es múltiplo de 11).

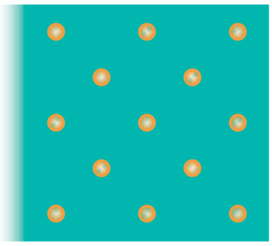
- **Un cocinero va a freír tres filetes. Cada uno ha de estar en la sartén cinco minutos por cada cara. Pero en la sartén solo caben dos. ¿Cómo debe hacerlo para tardar el menor tiempo posible?**

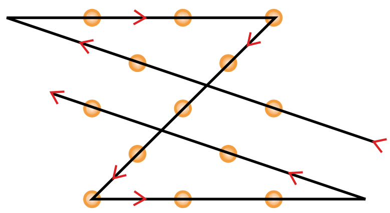
  Pone dos filetes, A y B, durante 5 minutos.

  Saca uno de ellos, A, da la vuelta al otro, B, y pone el tercero, C, durante 5 minutos.

  Saca el B (ya está hecho por las dos caras), da la vuelta al C, y pone el A por la cara cruda. Otros 5 minutos. Ya están los tres. Ha tardado 15 minutos.

- **Copia el dibujo de la derecha y traza en tu cuaderno una línea quebrada de cinco segmentos que pase por estos trece puntos.**





Autoevaluación

1. Halla la media, la mediana, la desviación media, la desviación típica y el coeficiente de variación de esta distribución:

6 9 1 4 8 2 3 4 4 9

Ordenamos primero los datos: 1 2 3 4 4 4 6 8 9 9

MEDIA: $\bar{x} = \dfrac{1+2+3+4 \cdot 3+6+8+9 \cdot 2}{10} = 5$

MEDIANA $= 4$

DESVIACIÓN MEDIA: $\text{DM} = \dfrac{|1-5|+|2-5|+|3-5|+\dots}{10} = \dfrac{24}{10} = 2{,}4$

VARIANZA: $\dfrac{1^2+2^2+3^2+4^2 \cdot 3+6^2+8^2+9^2 \cdot 2}{10} - 5^2 = \dfrac{324}{10} - 25 = 7{,}4$

DESVIACIÓN TÍPICA: $\sigma = \sqrt{7{,}4} \approx 2{,}72$

2. Calcula $\bar{x}$, σ y CV de las siguientes distribuciones:

a) Número de días que han ido a la biblioteca los alumnos de un curso:

N.° DE DÍAS	FRECUENCIA
0	6
1	7
2	8
3	5
4	2
5	2

b) Tiempo, en minutos, que pasaron en la sala de espera los pacientes de un médico cierto día:

TIEMPO (min)	FRECUENCIA
De 1 a 9	4
De 9 a 17	5
De 17 a 25	8
De 25 a 33	7
De 33 a 41	4
De 41 a 49	2

a)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	6	0	0
1	7	7	7
2	8	16	32
3	5	15	45
4	2	8	32
5	2	10	50
	30	56	166

MEDIA: $\bar{x} = \dfrac{56}{30} \approx 1{,}87$

DESVIACIÓN TÍPICA: $\sigma = \sqrt{\dfrac{166}{30} - 1{,}87^2} \approx 1{,}43$

COEFICIENTE DE VARIACIÓN: $\text{CV} = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} = \dfrac{1{,}43}{1{,}87} \approx 0{,}7647$

b)

INTERVALO	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0 - 10	5	6	30	150
10 - 20	15	9	135	2025
20 - 30	25	8	200	5000
30 - 40	35	5	175	6125
40 - 50	45	2	90	4050
		30	630	17350

MEDIA: $\bar{x} = \dfrac{630}{30} \approx 21$

DESVIACIÓN TÍPICA: $\sigma = \sqrt{\dfrac{17\,350}{30} - 21^2} \approx 11{,}72$

COEFICIENTE DE VARIACIÓN: $CV = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} = \dfrac{11{,}72}{21} \approx 0{,}56$

3. **Las notas obtenidas por los 30 alumnos de una clase de 3.º ESO en un examen tipo test con 5 preguntas han sido:**

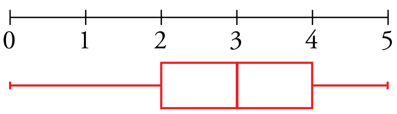
3	**3**	**2**	**4**	**5**	**4**	**1**	**3**	**3**	**2**
3	**2**	**4**	**4**	**3**	**1**	**2**	**0**	**5**	**3**
2	**0**	**3**	**5**	**3**	**3**	**5**	**2**	**1**	**4**

a) Calcula la mediana y los cuartiles.

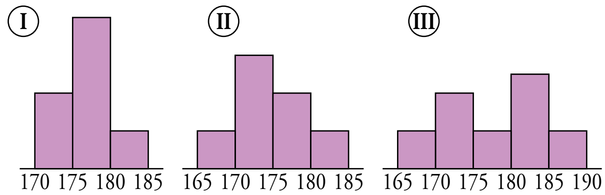
b) Dibuja el correspondiente diagrama de caja y bigotes.

a) $Me = 3$, $Q_1 = 2$ y $Q_3 = 4$

b)



4. **Las estaturas de los componentes de tres equipos escolares de baloncesto, A, B y C, se distribuyen según las siguientes gráficas:**



Los parámetros correspondientes a cada uno de los equipos son:

	A	B	C
$\bar{x}$	**177,8**	**176,8**	**174,6**
σ	**6,4**	**3,2**	**4,5**

Decide, razonadamente, qué gráfica corresponde a cada equipo.

La gráfica I corresponde al equipo B, ya que su medida debe estar entre 175 y 180 y su desviación media es la más pequeña.

La gráfica II corresponde al equipo C, ya que su media debe estar entre 170 y 175 y su desviación media está entre las de los otros dos equipos.

La gráfica III corresponde al equipo A, ya que su media está más cercana a 180 y su desviación media es la más grande.