2 Dos tipos de parámetros estadísticos

Página 198

1. Calcula la media, la mediana y la moda de cada una de estas distribuciones estadísticas:

a) 4, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 11, 12, 17

b) 10, 12, 6, 9, 10, 8, 9, 10, 14, 2

c) 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 3, 7

d) 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1

a) $\bar{x} = \dfrac{4+5+6+6+6+6+7+11+12+17}{10} = \dfrac{80}{10} = 8$

$Me = \dfrac{6+6}{2} = 6$ $\qquad Mo = 6$

b) Ordenamos los datos de menor a mayor: 2, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 12, 14

$\bar{x} = \dfrac{2+6+8+9+9+10+10+10+12+14}{10} = \dfrac{90}{10} = 9$

$Me = \dfrac{9+10}{2} = 9,5$ $\qquad Mo = 10$

c) Ordenamos los datos de menor a mayor: 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 7

$\bar{x} = \dfrac{2+3+3+3+3+4+5+6+6+6+6+7}{12} = \dfrac{54}{12} = 4,5$

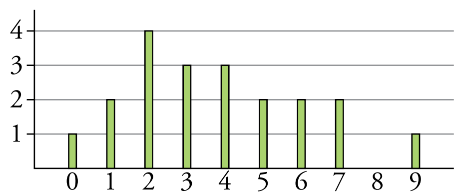
$Me = \dfrac{4+5}{2} = 4,5$ $\qquad Mo = 3$ y 6

d) Ordenamos los datos de menor a mayor: 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5

$\bar{x} = \dfrac{1+2+3+4+5+4+3+2+1}{9} = \dfrac{25}{9} \approx 2,78$

$Me = 3$ $\qquad Mo = 1, 2, 3$ y 4

2. Halla los parámetros de centralización de esta distribución dada por su diagrama de barras:



$\bar{x} = \dfrac{0+2\cdot 1+4\cdot 2+3\cdot 3+3\cdot 4+2\cdot 5+2\cdot 6+2\cdot 7+9}{20} = \dfrac{76}{20} = 3,8$

Son 20 valores así que la mediana estará entre los que ocupen las posiciones 10 y 11.

$Me = \dfrac{3+4}{2} = 3,5$

$Mo = 2$

Página 199

3. Halla los parámetros de dispersión de las distribuciones del ejercicio 1 de la página anterior.

a) Recorrido o rango = 17 – 4 = 13

$$DM = \frac{|4-8|+|5-8|+|6-8|+|6-8|+|6-8|+|6-8|+|7-8|+|11-8|+|12-8|+|17-8|}{10} =$$

$$= \frac{4+3+2+2+2+2+1+3+4+9}{10} = \frac{32}{10} = 3,2$$

$$\text{Varianza} = \frac{4^2+5^2+6^2+6^2+6^2+6^2+7^2+11^2+12^2+17^2}{10} - 8^2 =$$

$$= \frac{16+25+36+36+36+36+49+121+144+289}{10} - 64 = 78,8 - 64 = 14,8$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{14,8} = 3,85$$

b) Recorrido o rango = 14 – 2 = 12

$$DM = \frac{|2-9|+|6-9|+|8-9|+|9-9|+|9-9|+|10-9|+|10-9|+|10-9|}{10} +$$

$$+ \frac{|12-9|+|14-9|}{10} = \frac{7+3+1+0+0+1+1+1+3+5}{10} = \frac{22}{10} = 2,2$$

$$\text{Varianza} = \frac{2^2+6^2+8^2+9^2+9^2+10^2+10^2+10^2+12^2+14^2}{10} - 9^2 =$$

$$= \frac{4+36+64+81+81+100+100+100+144+196}{10} - 81 = 90,6 - 81 = 9,6$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{9,6} = 3,1$$

c) Recorrido o rango = 7 –2 = 5

$$DM = \frac{|2-4,5|+|3-4,5|+|3-4,5|+|3-4,5|+|3-4,5|+|4-4,5|+|5-4,5|}{12} +$$

$$+ \frac{|6-4,5|+|6-4,5|+|6-4,5|+|6-4,5|+|7-4,5|}{12} =$$

$$= \frac{2,5+1,5+1,5+1,5+1,5+0,5+0,5+1,5+1,5+1,5+1,5+2,5}{12} = \frac{18}{12} = 1,5$$

$$\text{Varianza} = \frac{2^2+3^2+3^2+3^2+3^2+4^2+5^2+6^2+6^2+6^2+6^2+7^2}{12} - 4,5^2 =$$

$$= \frac{4+9+9+9+9+16+25+36+36+36+36+49}{12} - 20,25 = 22,83 - 20,25 = 2,58$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{2,58} = 1,61$$

d) Recorrido o rango = 5 – 1 = 4

$$DM = \frac{\left|1-\frac{25}{9}\right|+\left|1-\frac{25}{9}\right|+\left|2-\frac{25}{9}\right|+\left|2-\frac{25}{9}\right|+\left|3-\frac{25}{9}\right|+\left|3-\frac{25}{9}\right|}{9} +$$

$$+ \frac{\left|4-\frac{25}{9}\right|+\left|4-\frac{25}{9}\right|+\left|5-\frac{25}{9}\right|}{9} = \frac{\frac{16}{9}+\frac{16}{9}+\frac{7}{9}+\frac{7}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{11}{9}+\frac{11}{9}+\frac{20}{9}}{9} = \frac{92}{81} \approx 1,14$$

$$\text{Varianza} = \frac{1^2+1^2+2^2+2^2+3^2+3^2+4^2+4^2+5^2}{9} - \left(\frac{25}{9}\right)^2 =$$

$$= \frac{1+1+4+4+9+9+16+16+25}{9} - \frac{625}{81} = \frac{85}{9} - \frac{625}{81} = 1,73$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{1,73} = 1,31$$

4. Halla de dos formas distintas la varianza de esta distribución: 8, 7, 11, 15, 9, 7, 13, 15

7, 7, 8, 9, 11, 13, 15, 15

$$\bar{x} = \frac{7+7+8+9+11+13+15+15}{8} = \frac{85}{8} = 10,625$$

Forma 1

Promedio de los cuadrados de las distancias de los datos a la media:

$$\text{Varianza} = \frac{(7-10,625)^2+(7-10,625)^2+(8-10,625)^2+(9-10,625)^2+(11-10,625)^2}{8} +$$

$$+ \frac{(13-10,625)^2+(15-10,625)^2+(15-10,625)^2}{8} =$$

$$= \frac{3,625^2+3,625^2+2,625^2+1,625^2+0,375^2+2,375^2+4,375^2+4,375^2}{8} = 9,984$$

Forma 2

Promedio de los cuadrados menos el cuadrado de la media:

$$\text{Varianza} = \frac{7^2+7^2+8^2+9^2+11^2+13^2+15^2+15^2}{8} - 10,625^2 =$$

$$= \frac{49+49+64+81+121+169+225+225}{8} - 112,89 = 122,875 - 112,891 = 9,984$$

3 Cálculo de $\bar{x}$ y de σ en las tablas de frecuencias

Página 200

1. Calcula la media de las siguientes distribuciones:

a) NÚMERO DE HIJOS

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
f_i	6	14	15	7	4	2	1	1

b) NÚMERO DE SUSPENSOS EN ESTA EVALUACIÓN

x_i	0	1	2	3	4
f_i	17	11	3	1	1

a)

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	
f_i	6	14	15	7	4	2	1	1	50
$x_i \cdot f_i$	0	14	30	21	16	10	6	7	104

$$\bar{x} = \frac{104}{50} = 2,08$$

b)

x_i	0	1	2	3	4	
f_i	17	11	3	1	1	33
$x_i \cdot f_i$	0	11	6	3	4	24

$$\bar{x} = \frac{24}{33} \approx 0,727$$

Página 201

2. **Dada la tabla de frecuencias con las dos columnas correspondientes $f_i \cdot x_i$ y $f_i \cdot x_i^2$, copia y completa la fila de los totales y halla la media y la desviación típica de esta distribución:**

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
1	12	12	12
2	15	30	60
3	24	72	216
4	19	76	304
5	10	50	250
TOTAL			

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
1	12	12	12
2	15	30	60
3	24	72	216
4	19	76	304
5	10	50	250
TOTAL	80	240	842

$\bar{x} = \dfrac{240}{80} = 3$ $\qquad$ $\sigma = \sqrt{\dfrac{842}{80} - 3^2} \approx 1,235$

3. **Completa en tu cuaderno la tabla con las marcas de clase correspondientes y calcula la media y la desviación típica de la siguiente distribución:**

PESOS	PERSONAS
50 a 58	6
58 a 66	12
66 a 74	21
74 a 82	16
82 a 90	5

➡

x_i	f_i
54	6
	12
	21
	16
	5

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
54	6	324	17 496
62	12	744	46 128
70	21	1 470	102 900
78	16	1 248	97 344
86	5	430	36 980
TOTAL	60	4 216	300 848

$\bar{x} = \dfrac{4\,216}{60} = 70,267$ $\qquad$ $\sigma = \sqrt{\dfrac{300\,848}{30} - 70,267^2} \approx 8,76$

4. Halla las desviaciones típicas de las distribuciones de la actividad 1 de la página anterior.

a) NÚMERO DE HIJOS

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	6	0	0
1	14	14	14
2	15	30	60
3	7	21	63
4	4	16	64
5	2	10	50
6	1	6	36
7	1	7	49
TOTAL	50	104	336

$\bar{x} = \frac{104}{50} \approx 2,08 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{336}{50} - 2,08^2} \approx 1,547$

b) NÚMERO DE SUSPENSOS ESTA EVALUACIÓN

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	17	0	0
1	11	11	11
2	3	6	12
3	1	3	9
4	1	4	16
TOTAL	33	24	48

$\bar{x} = \frac{24}{33} \approx 0,727 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{48}{33} - \left(\frac{24}{33}\right)^2} \approx 0,962$

4 Obtención de $\bar{x}$ y de σ con calculadora

Página 202

1. Sigue el proceso anterior para calcular $\bar{x}$ y σ en la distribución NÚMERO DE HIJOS de la actividad 1 de la página 200.

Introducimos los datos en la calculadora:

$0 \boxed{\times} 6 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{0}$

$1 \boxed{\times} 14 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{1}$

$2 \boxed{\times} 15 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{2}$

$3 \boxed{\times} 7 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{3}$

$4 \boxed{\times} 4 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{4}$

$5 \boxed{\times} 2 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{5}$

$6 \boxed{\times} 1 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{6}$

$7 \boxed{\times} 1 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{7}$

Obtenemos los resultados:

$\boxed{n} \to \boxed{50}$

$\boxed{\Sigma x} \to \boxed{104}$

$\boxed{\Sigma x^2} \to \boxed{336}$

$\boxed{\bar{x}} \to \boxed{2.08}$

$\boxed{\sigma_n} \to \boxed{1.547126}$

2. Sigue el proceso anterior para calcular $\bar{x}$ y σ en la distribución NÚMERO DE SUSPENSOS de la actividad 1 de la página 200.

Introducimos los datos en la calculadora:

$0 \boxed{\times} 17 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{0}$

$1 \boxed{\times} 11 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{1}$

$2 \boxed{\times} 3 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{2}$

$3 \boxed{\times} 1 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{3}$

$4 \boxed{\times} 1 \boxed{\text{DATA}} \to \boxed{4}$

Obtenemos los resultados:

$\boxed{n} \to \boxed{33}$

$\boxed{\Sigma x} \to \boxed{24}$

$\boxed{\Sigma x^2} \to \boxed{48}$

$\boxed{\bar{x}} \to \boxed{0.7272727}$

$\boxed{\sigma_n} \to \boxed{0.9620914}$

5 Interpretación conjunta de $\bar{x}$ y σ

Página 204

2. En distintas tiendas de instrumentos musicales preguntamos el precio de ciertos modelos concretos de piano, flauta travesera y armónica. Los resultados obtenidos tienen las siguientes medias y desviaciones típicas:

	PIANOS	FLAUTAS	ARMÓNICAS
MEDIA	943 €	132 €	37 €
DESV. TÍPICA	148 €	22 €	12 €

Compara la dispersión relativa de los precios de estos tres productos.

	PIANOS	FLAUTAS	ARMÓNICAS
MEDIA	943	132	37
DESV. TÍPICA	148	22	12
CV	0,157	0,167	0,324

$$CV_{\text{PIANO}} = \frac{148}{943} = 0,157 \rightarrow 15,7\,\%$$

$$CV_{\text{FLAUTAS}} = \frac{22}{132} = 0,167 \rightarrow 16,7\,\%$$

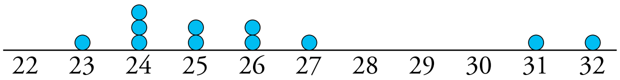
$$CV_{\text{ARMÓNICAS}} = \frac{12}{37} = 0,324 \rightarrow 32,4\,\%$$

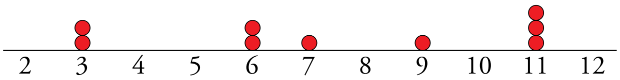
Podemos apreciar que la variación en los pianos y las flautas es muy parecida. En cambio, la variación de las armónicas es mayor que las anteriores, de hecho, es aproximadamente el doble que en las flautas.

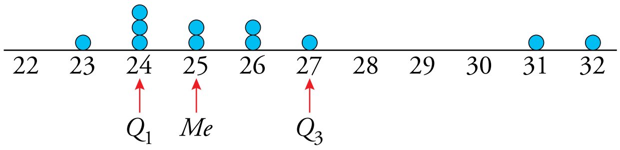
6 Parámetros de posición: mediana y cuartiles

Página 205

1. Calcula Q_1, *Me* y Q_3 y sitúalos en cada una de las siguientes distribuciones representadas:

a) 

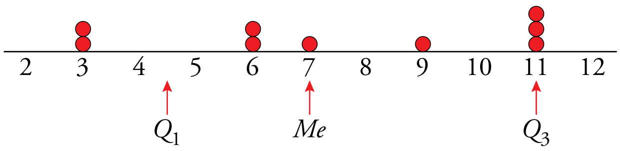
b) 

a) 

Q_1 Me Q_3

23 24 $\boxed{24}$ 24 25 $\boxed{25}$ 26 26 $\boxed{27}$ 31 32

Los número marcados separan los datos en cuatro partes iguales.

b) 

Q_1: $\boxed{\frac{3+6}{2} = 4}$ Q_3: $\boxed{\frac{11+11}{2} = 11}$

Me

3 3 6 6 $\boxed{7}$ 9 11 11 11

Los números marcados separan los datos en cuatro partes iguales.

2. En cada una de las distribuciones siguientes:

a) Calcula Q_1, *Me* y Q_3.

b) Representa los datos y sitúa en ellos Q_1, *Me* y Q_3.

A: 0, 0, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 10

B: 0, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 7, 7, 7, 14, 17, 29, 35

C: 12, 13, 19, 25, 63, 85, 123, 132, 147

a)

Q_1 Me Q_3

A: 0 0 2 $\boxed{3}$ 4 4 4 $\boxed{4}$ 5 6 7 $\boxed{8}$ 9 9 10

Como la distribución tiene 15 elementos, la cuarta parte es 15 : 4 = 3,75.

$Q_1 = 3$; $Me = 4$; $Q_3 = 8$

Me: $\boxed{\dfrac{4+7}{2} = 5,5}$

Q_1 $\qquad$ Q_3

B: $0 \quad 1 \quad 1 \quad \boxed{2} \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad | \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad \boxed{14} \quad 17 \quad 29 \quad 35$

Como la distribución tiene 15 elementos, la cuarta parte es 14 : 4 = 3,5

$Q_1 = 2$

$Me = \dfrac{4+7}{2} = 5,5$

$Q_3 = 14$

Q_1: $\boxed{\dfrac{13+19}{2} = 16}$ $\qquad$ Q_3: $\boxed{\dfrac{123+132}{2} = 127,5}$

Me

C: $12 \quad 13 \quad | \quad 19 \quad 25 \quad \boxed{63} \quad 85 \quad 123 \quad | \quad 132 \quad 147$

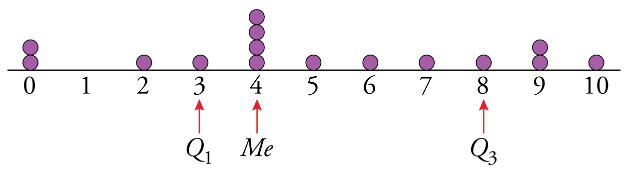
Como la distribución tiene 15 elementos, la cuarta es 9 : 4 = 2,25

$Q_1 = 16$

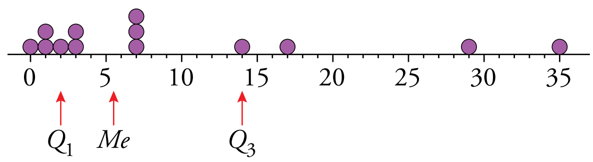
$Me = 63$

$Q_3 = 127,5$

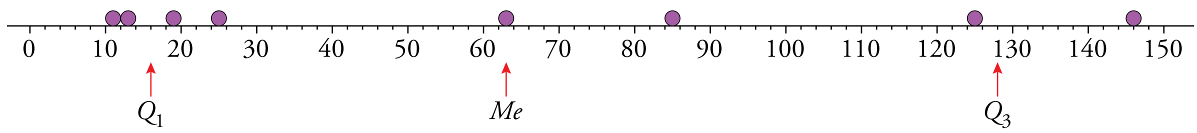
b) A



B



C

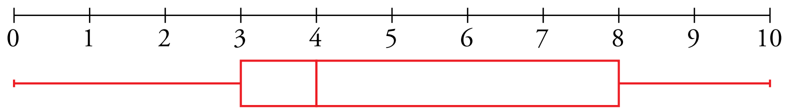


Página 206

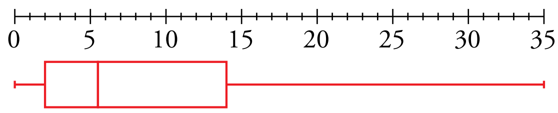
3. Representa con un diagrama de caja y bigotes cada distribución de la actividad 2 de la página anterior.

Utiliza los valores de Q_1, *Me* y Q_3 que hallaste en esa actividad.

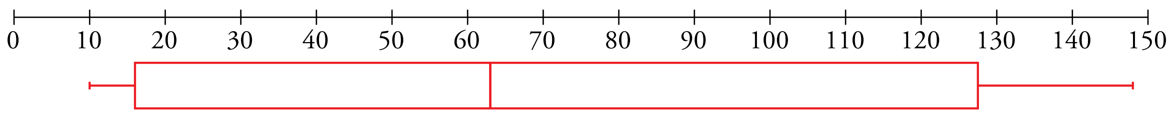
A. $Q_1 = 3$, $Me = 4$ y $Q_3 = 8$



B. $Q_1 = 2$, $Me = 5{,}5$ y $Q_3 = 14$



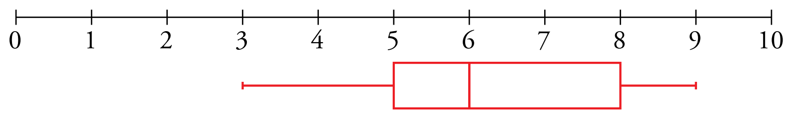
C. $Q_1 = 16$, $Me = 63$ y $Q_3 = 127{,}5$



4. Representa mediante un diagrama de caja y bigotes los siguientes puntos conseguidos en la diana:

7 6 6 8 5	**5 7 9 6 8**	**4 7 5 8 6**
7 5 6 6 7	**5 6 6 5 8**	**6 7 5 9 3**

Los parámetros de posición son: $Q_1 = 5$, $Me = 6$ y $Q_3 = 8$



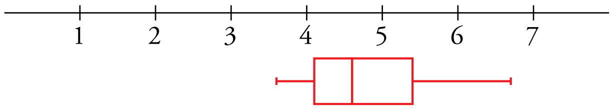
Página 207

5. Construye el diagrama de caja y bigotes para el colectivo reducido (los 20 adultos sin los 5 miembros más jóvenes) del problema resuelto anterior y compáralo con el del grupo de 25 personas que había al principio.

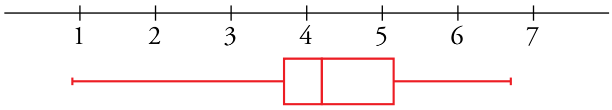
$\boxed{Q_1 = \frac{40+42}{2} = 41}$ $\boxed{Me = \frac{45+47}{2} = 46}$ $\boxed{Q_3 = \frac{53+55}{2} = 54}$

36 37 37 37 40 | 42 43 43 44 45 | 47 48 50 52 53 | 55 58 61 63 67

Sin los 5 miembros más jóvenes, el diagrama de caja y bigotes es el siguiente:



Con los 5 niños:



Haciendo una comparación de este diagrama con el del problema resuelto anterior, podemos observar que las cajas son muy parecidas, lo que varía es la longitud del bigote izquierdo, ya que hemos suprimido las edades más jóvenes.

6. Calcula los parámetros $\bar{x}$, σ, CV de un grupo de montañeros cuyas edades son: 22, 25, 25, 26, 28, 31, 31, 31, 35 y 42. Si lo comparas con las edades de los 20 adultos del problema resuelto, ¿cuál de los dos grupos es más homogéneo?

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
22	1	22	484
25	2	50	1 250
26	1	26	676
28	1	28	784
31	3	93	2 883
35	1	35	1 225
42	1	42	1 764
TOTAL	10	296	9 066

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{296}{10} = 29,6$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{9\,066}{10} - 29,6^2} = 5,51$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{5,51}{29,6} = 0,1864 \rightarrow 18,64\,\%$$

Es más homogéneo el grupo de este ejercicio que el del problema resuelto, ya que el CV es menor (0,1864 < 0,187).

Ejercicios y problemas

Página 208

Practica

Parámetros de centralización y dispersión

1. **Calcula los parámetros media, mediana, moda, recorrido, desviación media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación en cada caso:**

a) 6, 3, 4, 2, 5, 5, 6, 4, 5, 6, 8, 9, 6, 7, 7, 6, 4, 6, 10, 6

b) 11, 12, 12, 11, 10, 13, 14, 15, 14, 12

c) 165, 167, 172, 168, 164, 158, 160, 167, 159, 162

Construimos la tabla de frecuencias para facilitar el cálculo:

a) 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 8, 9, 7, 7, 10

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
2	1	2	4
3	1	3	9
4	3	12	48
5	3	15	75
6	7	42	252
7	2	14	98
8	1	8	64
9	1	9	81
10	1	10	100
TOTAL	20	115	731

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{115}{20} = 5,75$$

$$Me = \frac{6+6}{2} = 6$$

$$Mo = 6$$

$$\text{Varianza} = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{731}{20} - 5,75^2 = 3,49$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{731}{20} - 5,75^2} = 1,87$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,87}{5,75} = 0,3248 \to 32,48\,\%$$

Recorrido = 8

DM = 1,4

b) 10, 11, 11, 12, 12, 12, 13, 14, 14, 15

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
10	1	10	100
11	2	22	242
12	3	36	432
13	1	13	169
14	2	28	392
15	1	15	225
TOTAL	10	124	1 560

$\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{124}{10} = 12,4$

$Me = \dfrac{12 + 12}{2} = 12$

$Mo = 12$

Varianza $= \dfrac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \dfrac{1\,560}{10} - 12,4^2 = 2,24$

$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\dfrac{1\,560}{10} - 12,4^2} = 1,50$

$CV = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} = \dfrac{1,50}{12,4} = 0,1207 \rightarrow 12,07\,\%$

Recorrido = 5

DM = 1,28

c) 158, 159, 160, 162, 164, 165, 167, 167, 168, 172

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
158	1	158	24 964
159	1	159	25 281
160	1	160	25 600
162	1	162	26 244
164	1	164	26 896
165	1	165	27 225
167	2	334	55 778
168	1	168	28 224
172	1	172	29 584
TOTAL	10	1 642	269 796

$\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{1\,642}{10} = 164,2$

$Me = \dfrac{164 + 165}{2} = 164,5$

$Mo = 167$

Varianza $= \dfrac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \dfrac{269\,796}{10} - 164,2^2 = 17,96$

$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\dfrac{269\,796}{10} - 164,2^2} = 4,24$

$CV = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} = \dfrac{4,24}{164,2} = 0,0258 \rightarrow 2,58\,\%$

Recorrido = 14

DM = 3,6

2. **El número de calzado que llevan los alumnos y las alumnas de una clase son los siguientes:**

42, 40, 43, 45, 43 — **44, 38, 39, 40, 43**

41, 42, 38, 36, 38 — **45, 38, 39, 42, 40**

40, 39, 37, 36, 41 — **46, 44, 37, 42, 39**

a) Haz una tabla de frecuencias con los siguientes intervalos: 35,5 - 38,5 - 40,5 - 42,5 - 44,5 - 46,5.

b) Halla la media, la desviación típica y el CV.

a) Tabla de frecuencias:

Intervalo	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
35,5-38,5	37	8	296	10 952
38,5-40,5	39,5	8	316	12 482
40,5-42,5	41,5	6	249	10 333,5
42,5-44,5	43,5	5	217,5	9 461,25
44,5-46,5	45,5	3	136,5	6 210,75
	TOTALES	30	1 215	49 439,5

b) $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{1215}{30} = 40,5$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{49\,439,5}{30} - 40,5^2} = 2,78$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2,78}{40,5} = 0,0687 \;\rightarrow\; 6,87\,\%$$

3. **Una fábrica ha contado el número de vasos que se le rompen en cada cajón de camino a la tienda. Estos son los resultados:**

N.º DE VASOS ROTOS	0	1	2	3	4	5	6
N.º DE CAJONES	51	23	11	8	4	2	1

a) Calcula la media, la desviación típica y el CV.

b) ¿Cuál es la moda?

c) Comprueba los resultados con la calculadora.

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	51	0	0
1	23	23	23
2	11	22	44
3	8	24	72
4	4	16	64
5	2	10	50
6	1	6	36
TOTAL	100	101	289

a) $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{101}{100} = 1,01$

$$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\dfrac{289}{100} - 1,01^2} = 1,37$$

$$CV = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} = \dfrac{1,37}{1,01} = 1,3539 \rightarrow 135,39\,\%$$

b) $Mo = 0$

c) Introducimos los datos en la calculadora:

0 ⊗ 51 DATA → 0

1 ⊗ 23 DATA → 1

2 ⊗ 11 DATA → 2

3 ⊗ 8 DATA → 3

4 ⊗ 4 DATA → 4

5 ⊗ 2 DATA → 5

6 ⊗ 1 DATA → 6

Obtenemos los resultados:

n → 100

Σx → 101

Σx^2 → 289

$\bar{x}$ → 1.01

σ_n → 1.367443

4. **La siguiente tabla muestra los lanzamientos de jabalina que se han realizado en la clasificación para los juegos olímpicos:**

DISTANCIAS (m)	N.° DE LANZADORES
54 a 58	4
58 a 62	11
62 a 66	24
66 a 70	9
70 a 74	2

a) Haz una tabla con las marcas de clase y las frecuencias.

b) Calcula la media, la desviación típica y el CV.

c) Comprueba los resultados con la calculadora.

a) Tabla de frecuencias:

Intervalo	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
54-58	56	4	224	12 544
58-62	60	11	660	39 600
62-66	64	24	1 536	98 304
66-70	68	9	612	41 616
70-74	72	2	144	10 368
	TOTALES	50	3 176	202 432

b) $\bar{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{3\,176}{50} = 63,52$

$$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\dfrac{202\,432}{50} - 63,52^2} = 3,72$$

$$\text{CV} = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} = \dfrac{3,72}{63,52} = 0,0586 \;\rightarrow\; 5,86\,\%$$

c) Introducimos los datos en la calculadora:

56 ⊗ 4 DATA → $\boxed{56}$

60 ⊗ 14 DATA → $\boxed{60}$

64 ⊗ 15 DATA → $\boxed{64}$

68 ⊗ 7 DATA → $\boxed{68}$

72 ⊗ 4 DATA → $\boxed{72}$

Obtenemos los resultados:

$\boxed{n}$ → $\boxed{50}$

$\boxed{\Sigma x}$ → $\boxed{3176}$

$\boxed{\Sigma x^2}$ → $\boxed{202432}$

$\boxed{\bar{x}}$ → $\boxed{63.52}$

$\boxed{\sigma_n}$ → $\boxed{3.721505}$

Parámetros de posición y diagramas de caja y bigotes

5. **Calcula la mediana y los cuartiles de cada una de las siguientes distribuciones:**

a) 1, 1, 1, 2, 2, 5, 6, 6, 6, 7, 8 10, 11

b) 4, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 8, 12, 14, 19, 22

c) 123, 125, 134, 140, 151, 173, 178, 186, 192, 198

$Q_1 = \frac{1+2}{2} = 1,5$ $\quad Me \quad$ $Q_2 = \frac{7+8}{2} = 7,5$

a) 1 1 1 2 2 5 $\boxed{6}$ 6 6 7 8 10 11

$Q_1 = \frac{5+6}{2} = 5,5$ $\quad Me = \frac{7+7}{2} = 7$ $\quad Q_3 = \frac{12+14}{2} = 13$

b) 4 5 5 6 7 7 7 8 12 14 19 2

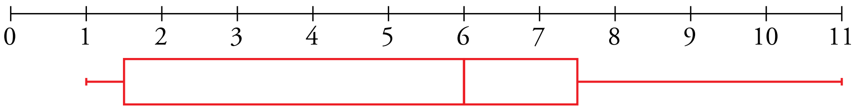
$Me = \frac{151+173}{2} = 162$

Q_1 $\quad Q_3$

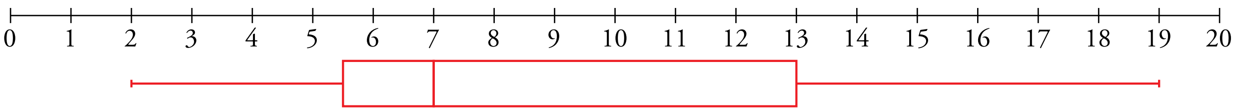
c) 123 125 $\boxed{134}$ 140 151 173 178 $\boxed{186}$ 192 198

6. **Dibuja el diagrama de caja y bigotes de cada una de las distribuciones del ejercicio anterior.**

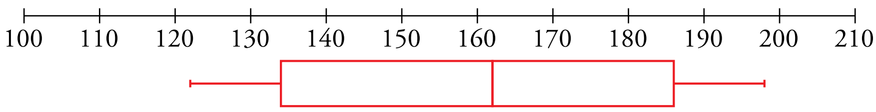
a)



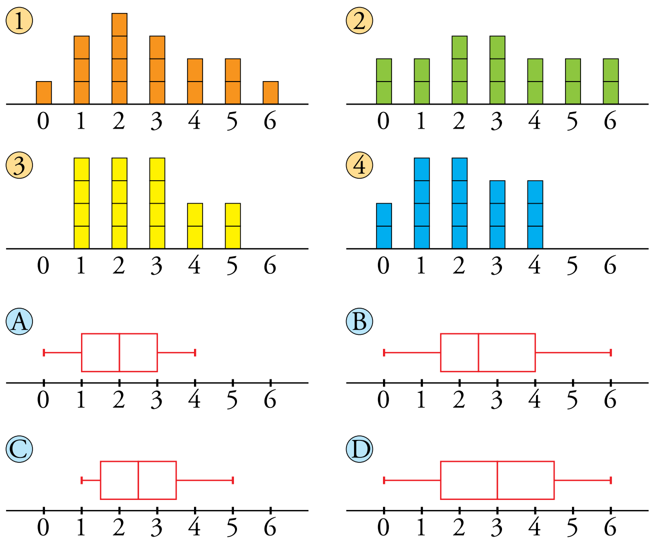
b)



c)



7. **Asocia cada gráfico de barras con su correspondiente diagrama de caja y bigotes:**



1 → B $\quad$ 2 → D $\quad$ 3 → C $\quad$ 4 → A

8. **Esta tabla muestra la distribución del número de asignaturas suspendidas en una evaluación por los estudiantes de una clase:**

N.° DE ASIG. SUSP.	0	1	2	3	4	5
N.° DE ESTUDIANTES	10	4	5	2	4	3

Representa esta distribución mediante un diagrama de caja y bigotes.

Puedes poner todos los números en fila para hallar los cuartiles, pero mejor es que, sin ponerlos, los imagines en fila y razones en consecuencia.

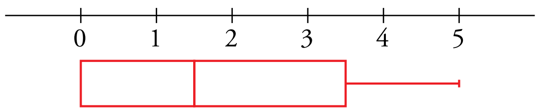
En total son 28 estudiantes preguntados.

La mediana estará entre el dato de la posición 14 y el 15, es decir, $Me = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$

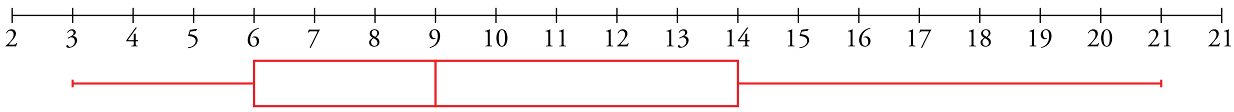
Quedarán 14 datos a la derecha y 14 datos a la izquierda de la mediana.

El primer cuartil estará entre los datos del puesto 7 y el puesto 8, es decir, $Q_1 = \frac{0+0}{2} = 0$

El tercer cuartil estará entre los datos del puesto 21 y el puesto 22, es decir, $Q_3 = \frac{3+4}{2} = 3{,}5$



9. **Conocemos el número de días al mes que ha llovido este año en una cierta región. Los valores de los cuartiles son 6, 9 y 14. El mes que más llovió fue marzo con 21 días y sabemos que el rango de la distribución es 18. Construye el diagrama de caja y bigotes. ¿Crees que es una región lluviosa?**



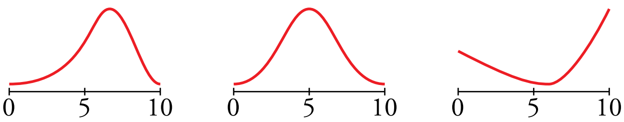
Observando el diagrama de caja y bigotes sí podemos deducir que es una región lluviosa.

Página 209

Piensa y resuelve

10. **Se ha hecho un mismo examen en dos grupos, A y B, de 30 alumnos cada uno. Sus medias y sus desviaciones típicas son: $\bar{x}_A = 6$, $\sigma_A = 1$, $\bar{x}_B = 6$, $\sigma_B = 3$.**

a) Asigna una de estas gráficas a A y otra a B.

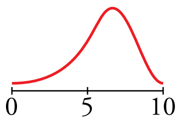


b) En una de las clases hay 11 suspensos y 4 sobresalientes, mientras que en la otra hay 5 suspensos y 1 sobresaliente. ¿Cuál es A y cuál es B?

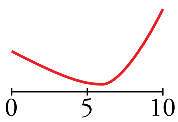
c) Si Marcos necesita sacar sobresaliente y Miguel se conforma con aprobar, ¿qué clase te parece más adecuada para cada uno de ellos?

a) La segunda gráfica la descartamos porque la media sería 5.

$\bar{x}_A = 6$ y $\sigma_A = 1$ $\rightarrow$ 1.ª gráfica



$\bar{x}_B = 6$ y $\sigma_B = 3$ $\rightarrow$ 3.ª gráfica

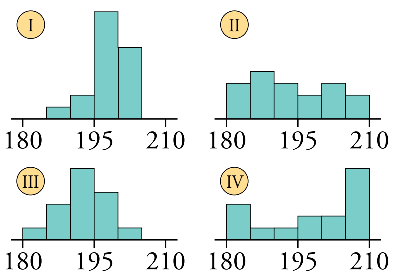


b) A corresponde a la clase de los 5 suspensos y el sobresaliente.

B corresponde a la clase de los 11 suspensos y los 4 sobresalientes.

c) La clase A será más adecuada para Marcos, y la clase B, para Miguel.

11. **Estas cuatro gráficas corresponden a las estaturas de los jugadores de cuatro equipos de baloncesto, A, B, C y D, cuyos parámetros aparecen en la tabla. ¿Cuál es la gráfica de cada equipo?**



EQUIPO	$\bar{x}$	σ
A	198,5	9,7
B	198,1	3,9
C	193	4,6
D	193,4	8,1

Halla el CV de cada equipo y ordénalos de menos a más regulares.

Los equipos I y IV tienen medias superiores a 195, y los equipos II y III, inferiores.

Además, los jugadores de IV tienen estaturas más extremas que I. Lo mismo ocurre con III que tiene estaturas más extremas que II.

Así, podemos relacionar:

A → IV B → I C → III D → II

$$CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{9,7}{198,5} = 0,0489 \rightarrow 4,89\,\%$$

$$CV_B = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3,9}{198,1} = 0,0197 \rightarrow 1,97\,\%$$

$$CV_C = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{4,6}{193} = 0,0238 \rightarrow 2,38\,\%$$

$$CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{8,1}{193,4} = 0,0419 \rightarrow 4,19\,\%$$

Los ordenamos de menos a más regulares:

A < D < C < B

12. **Elena, una jugadora de baloncesto, tiene una media de 17 puntos por partido y una desviación típica de 9. Su compañera, Sonia, tiene una media de 20 puntos y una desviación típica de 3 puntos.**

Para el próximo partido, el entrenador necesita una jugadora que intente conseguir 30 o más puntos. ¿A cuál de las dos debe seleccionar? ¿Por qué?

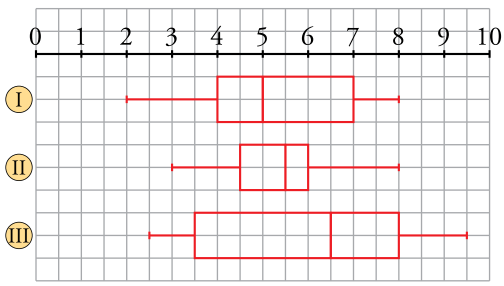
El entrenador necesita que la jugadora elegida haga 30 puntos.

Elena tiene $\bar{x} = 17$ y $\sigma = 9$ y pasa de los 30 puntos con 1,5 desviaciones típicas. Es decir, $\bar{x} + 1,5\sigma = 17 + 1,5 \cdot 9 = 30,5$.

Sonia tiene $\bar{x} = 20$ y $\sigma = 3$ y para tener al menos 30 puntos, necesita más de 3 desviaciones típicas. Es decir, $\bar{x} + 3\sigma = 20 + 3 \cdot 3 = 29$.

Por tanto, el entrenador debe seleccionar a Elena.

13. **a) Compara estas distribuciones de notas obtenidas por tres grupos de alumnos indicando cuáles son la mediana y los cuartiles en cada una:**



b) En la evaluación se hicieron estos comentarios:

I. Aprobó el 50 % de la clase.

II. Las notas son muy parecidas.

III. La cuarta parte de la clase tiene notas superiores a 7.

IV. Es la mejor clase, aunque también es la que tiene mayor dispersión.

Indica a qué grupo corresponde cada comentario.

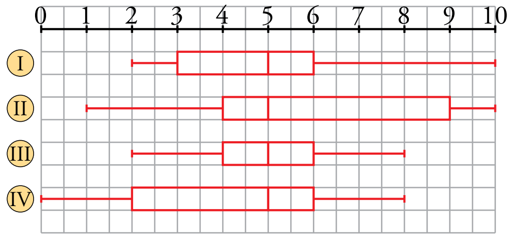
a) I. $Q_1 = 4$ $Me = 5$ $Q_3 = 7$

II. $Q_1 = 4,5$ $Me = 5,5$ $Q_3 = 6$

III. $Q_1 = 3,5$ $Me = 6,5$ $Q_3 = 8$

b) I. Grupo I II. Grupo II III. Grupo I IV. Grupo III

14. **Estos son los diagramas de caja de las notas en matemáticas de cuatro clases de 20 alumnos:**



a) Di, en cada una de ellas, los valores menor y mayor así como Q_1, Me y Q_3.

b) Los parámetros son, no respectivamente:

	A	B	C	D
$\bar{x}$	4	6	5	5
σ	2,3	3,1	2,5	1,3

Asocia los parámetros con su clase.

a) I. Mín. = 2 $Q_1 = 3$ $Me = 5$ $Q_3 = 6$ Máx. = 10

II. Mín. = 1 $Q_1 = 4$ $Me = 5$ $Q_3 = 9$ Máx. = 10

III. Mín. = 2 $Q_1 = 4$ $Me = 5$ $Q_3 = 6$ Máx. = 8

IV. Mín. = 0 $Q_1 = 2$ $Me = 5$ $Q_3 = 6$ Máx. = 8

b) A tiene la media más baja: A $\to$ IV

B tiene la media más alta: B $\to$ II

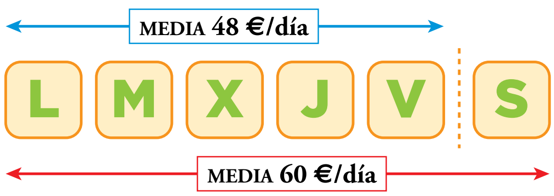
C parece centrada en 5 con dispersión alta: C $\to$ I

D tiene dispersión baja y la media y la mediana coinciden: D $\to$ III

Curiosidades matemáticas

Medias semanales

Rafael es vendedor ambulante seis días a la semana. Ayer, viernes, calculó que durante esta semana había conseguido una ganancia media de 48 € diarios. Sin embargo, al hacer la misma cuenta hoy, sábado, resulta una media de 60 € diarios. ¿Cuánto ha ganado hoy?



De lunes a viernes gana: 48 · 5 = 240 €

De lunes a sábados gana: 60 · 6 = 360 €

Los sábados gana: 360 – 240 = 120 €

Solución: Hoy, sábado, Rafael ha ganado 120€.