

## 1 Ecuaciones

### Página 85

---

1. ¿Es  $x = 5$  solución de alguna de estas ecuaciones?

a)  $7x + 1 = 34$

b)  $x^2 - 10 = 15$

c)  $1^x = 5$

d)  $2^x = 32$

Justifica tu respuesta.

a)  $7 \cdot 5 + 1 = 36 \neq 34 \rightarrow$  No es solución porque no cumple la igualdad.

b)  $5^2 - 10 = 25 - 10 = 15 \rightarrow$  Es solución porque cumple la igualdad.

c)  $1^5 = 1 \neq 5 \rightarrow$  No es solución porque no cumple la igualdad.

d)  $2^5 = 32 \rightarrow$  Es solución porque cumple la igualdad.

2. Obtén “a ojo” una solución de cada una de estas ecuaciones:

a)  $2x - 1 = 5$

b)  $\frac{x^3}{3} = 9$

c)  $x^2 - 1 = 35$

d)  $\sqrt{x+1} = 6$

a)  $x = 3$

b)  $x = 3$

c)  $x = 6$

d)  $x = 35$

## 2 Ecuaciones de primer grado

### Página 87

**1. Resuelve mentalmente. Indica, si es el caso, cuándo la ecuación no tiene solución o tiene infinitas soluciones.**

a)  $5x = 15$

b)  $3x = -6$

c)  $-2x = 10$

d)  $-4x = -20$

e)  $3x = 1$

f)  $-2x = 10$

g)  $6x = 0$

h)  $0x = 6$

i)  $0x = 0$

a)  $5x = 15 \rightarrow x = 3$

b)  $3x = -6 \rightarrow x = -2$

c)  $-2x = 10 \rightarrow x = -5$

d)  $-4x = -20 \rightarrow x = 5$

e)  $3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

f)  $-2x = 10 \rightarrow x = -5$

g)  $6x = 0 \rightarrow x = 0$

h)  $0x = 6 \rightarrow$  No tiene solución

i)  $0x = 0 \rightarrow$  Tiene infinitas soluciones

**2. Resuelve estas ecuaciones. ¿Son equivalentes?**

a)  $4x - x = 1 + x$

b)  $10 - 7x - 6x = 5 - 3x$

c)  $4x + 6 - x = 5x + 5$

d)  $9 = 9x - x - 3 - 2x$

a)  $4x - x = 1 + x \rightarrow 3x = 1 + x \rightarrow 3x - x = 1 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b)  $10 - 7x - 6x = 5 - 3x \rightarrow 10 - 13x = 5 - 3x \rightarrow 10 - 5 = 13x - 3x \rightarrow 5 = 10x \rightarrow$   
 $\rightarrow \frac{5}{10} = x \rightarrow x = \frac{1}{2}$

c)  $4x + 6 - x = 5x + 5 \rightarrow 3x + 6 = 5x + 5 \rightarrow 6 - 5 = 5x - 3x \rightarrow 1 = 2x \rightarrow x = \frac{1}{2}$

d)  $9 = 9x - x - 3 - 2x \rightarrow 9 = 6x - 3 \rightarrow 9 + 3 = 6x \rightarrow 12 = 6x \rightarrow \frac{12}{6} = x \rightarrow x = 2$

a), b) y c) sí son equivalentes, ya que las tres tienen el mismo resultado,  $x = \frac{1}{2}$ , pero d) no es equivalente con ninguna, debido a que sus resultados son distintos.

**3. Resuelve y comprueba que tus soluciones coinciden con las que se ofrecen debajo.**

a)  $11x - 3 + x = 10x - 13$

b)  $x - 3 - 4x = 3x - 4 + x$

c)  $9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x$

d)  $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2$

e)  $7x + 12 - 4x - 3 = 10 + 2x - 1 + x$

**Soluciones:** a)  $-5$ ; b)  $1/7$ ; c)  $3/2$ ; d) Sin solución; e) Infinitas soluciones.

a)  $11x - 3 + x = 10x - 13 \rightarrow 12x - 3 = 10x - 13 \rightarrow 12x - 10x = -13 + 3 \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{2} \rightarrow x = -5$

$$\begin{aligned} \text{b) } x - 3 - 4x &= 3x - 4 + x \rightarrow -3x - 3 = 4x - 4 \rightarrow -3 + 4 = 4x + 3x \rightarrow 1 = 7x \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{7} = x \end{aligned}$$

$$\text{c) } 9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x \rightarrow 7 - 6x = 4 - 4x \rightarrow 7 - 4 = 6x - 4x \rightarrow 3 = 2x \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 8x &= 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2 \rightarrow 8x = 8x + 2 \rightarrow 8x - 8x = 2 \rightarrow 0x = 2 \rightarrow \\ &\rightarrow \text{No tiene solución.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 7x + 12 - 4x - 3 &= 10 + 2x - 1 + x \rightarrow 3x + 9 = 9 + 3x \rightarrow 3x - 3x = 9 - 9 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow \text{Tiene infinitas soluciones.} \end{aligned}$$

**Página 88**

**4. Resuelve y comprueba que tus soluciones coinciden con las que se ofrecen debajo.**

a)  $2x + 3(3x - 2) + x = 10(x - 3) + 14$

b)  $x - 3 - 4x = 3(x - 1) + x - 1$

c)  $6 = 8x - (x - 5) - 10x$

d)  $9 - 4x - 2(1 - x) = 1 - 3(x - 1) - x$

e)  $-4 = 5(1 - x) - x - 3(1 + 7x)$

f)  $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2$

g)  $7x - 2(x - 1) - 4 = 10 - 4(3 - x) + x$

**Soluciones:** a) -5; b) 1/7; c) -1/3; d) -3/2; e) 2/9; f) Sin solución; g) Infinitas soluciones.

a)  $2x + 9x - 6 + x = 10x - 30 + 14 \rightarrow 12x - 6 = 10x - 16 \rightarrow 12x - 10x = -16 + 6 \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{2} \rightarrow x = -5$

b)  $x - 3 - 4x = 3x - 3 + x - 1 \rightarrow -3x - 3 = 4x - 4 \rightarrow -3 + 4 = 4x + 3x \rightarrow 1 = 7x \rightarrow \frac{1}{7} = x$

c)  $6 = 8x - x + 5 - 10x \rightarrow 6 = 5 - 3x \rightarrow 3x = 5 - 6 \rightarrow 3x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{3}$

d)  $9 - 4x - 2 + 2x = 1 - 3x + 3 - x \rightarrow 7 - 2x = 4 - 4x \rightarrow 4x - 2x = 4 - 7 \rightarrow 2x = -3 \rightarrow x = \frac{-3}{2}$

e)  $-4 = 5 - 5x - x - 3 - 21x \rightarrow -4 = 2 - 27x \rightarrow 27x = 2 + 4 \rightarrow 27x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{27} \rightarrow x = \frac{2}{9}$

f)  $8x = 8x + 2 \rightarrow 8x - 8x = 2 \rightarrow 0x = 2 \rightarrow$  No tiene solución.

g)  $7x - 2x + 2 - 4 = 10 - 12 + 4x + x \rightarrow 5x - 2 = 5x - 2 \rightarrow 5x - 5x = 2 - 2 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow$  Infinitas soluciones.

**5. ¿Qué números pondrías en cada casilla para que la ecuación  $\square x + 5 = 2x + \square \dots$**

a) ... tenga infinitas soluciones?

b) ... no tenga solución?

a)  $\boxed{2}x + 5 = 2x + \boxed{5} \rightarrow 2x - 2x = 5 - 5 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow$  Infinitas soluciones.

b) En la primera casilla se pone un 2, y en la segunda, cualquier número que sea distinto de 5.

Por ejemplo:  $\boxed{2}x + 5 = 2x + \boxed{8} \rightarrow 2x - 2x = 8 - 5 \rightarrow 0x = 3 \rightarrow$  Sin solución.

**6. Busca el valor que debe tomar la  $a$  en la igualdad**

$$3x - a(x + 1) = 5$$

**para que la ecuación no tenga solución.**

$$3x - a(x + 1) = 5 \rightarrow 3x - ax - a = 5 \rightarrow (3 - a)x = 5 + a$$

Para que esta ecuación no tenga solución,  $3 - a = 0$  y  $5 + a \neq 0$ . Por tanto, es fácil observar que  $a = 3$  cumple ambas condiciones.

**7.** Considera la igualdad  $5a - 2(a + b) = 7 - 3(a - b)$ .

a) Calcula el valor de  $b$  cuando  $a = 3$ .

b) Calcula el valor de  $a$  cuando  $b = 5$ .

$$\begin{aligned} \text{a) Si } a = 3 \rightarrow 5 \cdot 3 - 2(3 + b) &= 7 - 3(3 - b) \rightarrow 15 - 6 - 2b = 7 - 9 + 3b \rightarrow 9 - 2b = -2 + 3b \rightarrow \\ &\rightarrow 9 + 2 = 3b + 2b \rightarrow 11 = 5b \rightarrow b = \frac{11}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Si } b = 5 \rightarrow 5a - 2(a + 5) &= 7 - 3(a - 5) \rightarrow 5a - 2a - 10 = 7 - 3a + 15 \rightarrow 3a - 10 = 22 - 3a \rightarrow \\ &\rightarrow 3a + 3a = 22 + 10 \rightarrow 6a = 32 \rightarrow a = \frac{16}{3} \end{aligned}$$

**Página 89**

**8. Quita denominadores y resuelve.**

a)  $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10}$

b)  $2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1$

c)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1$

d)  $x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1$

e)  $1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3}$

**Soluciones:** a) 15/14; b) -8; c) 20/7; d) 1; e) 6/5

a)  $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{3}\right) = 30 \cdot \left(x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10}\right) \rightarrow 15 + 10x = 30x - 15x + 9x \rightarrow$   
 $\rightarrow 15 + 10x = 24x \rightarrow 15 = 24x - 10x \rightarrow$   
 $\rightarrow 15 = 14x \rightarrow x = \frac{15}{14}$

b)  $2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1 \rightarrow 8 \cdot \left(2 - \frac{x}{4} + x\right) = 8 \cdot \left(\frac{5x}{8} + 1\right) \rightarrow 16 - 2x + 8x = 5x + 8 \rightarrow$   
 $\rightarrow 16 + 6x = 5x + 8 \rightarrow 6x - 5x = 8 - 16 \rightarrow x = -8$

c)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1 \rightarrow 20 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5}\right) = 20 \cdot 1 \rightarrow 10x + 5x - 8x = 20 \rightarrow 7x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{7}$

d)  $x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1 \rightarrow 15 \cdot \left(x - \frac{1}{5}\right) = 15 \cdot \left(\frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1\right) \rightarrow 15x - 3 = 10x - 13x + 15 \rightarrow$   
 $\rightarrow 15x - 3 = -3x + 15 \rightarrow 15x + 3x = 3 + 15 \rightarrow 18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{18} \rightarrow x = 1$

e)  $1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3} \rightarrow 18 \cdot \left(1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6}\right) = 18 \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) \rightarrow 18 - 10x + 3x = 18x - 12 \rightarrow$   
 $\rightarrow 18 - 7x = 18x - 12 \rightarrow 18 + 12 = 18x + 7x \rightarrow 30 = 25x \rightarrow x = \frac{30}{25} \rightarrow x = \frac{6}{5}$

**9. Calcula el valor de x en cada caso:**

a)  $\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10}$

b)  $\frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} = x - \frac{1-3x}{4}$

c)  $\frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} = 1 - \frac{3-x}{4}$

d)  $\frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} = \frac{2(x+1)}{5} - 1$

e)  $\frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} = \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24}$

**Soluciones:** a) 2; b) 3/19; c) Sin solución; d) 7/9; e) -52/49

a)  $\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10} \rightarrow 20 \cdot \left(\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4}\right) = 20 \cdot \left(x - \frac{2x-1}{10}\right) \rightarrow$   
 $\rightarrow 4(x-1) + 5 \cdot 3x = 20x - 2(2x-1) \rightarrow 4x - 4 + 15x = 20x - 4x + 2 \rightarrow$   
 $\rightarrow 19x - 4 = 16x + 2 \rightarrow 19x - 16x = 2 + 4 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{3} \rightarrow x = 2$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} &= x - \frac{1-3x}{4} \rightarrow 12 \cdot \left( \frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} \right) = 12 \cdot \left( x - \frac{1-3x}{4} \right) \rightarrow 2(x+2) - 4 = 12x - 3(1-3x) \rightarrow \\ &\rightarrow 2x + 4 - 4 = 12x - 3 + 9x \rightarrow 2x = 21x - 3 \rightarrow 3 = 21x - 2x \rightarrow 3 = 19x \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{3}{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} &= 1 - \frac{3-x}{4} \rightarrow 8 \cdot \left( \frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} \right) = 8 \cdot \left( 1 - \frac{3-x}{4} \right) \rightarrow 3(1+2x) - 4x = 8 - 2(3-x) \rightarrow \\ &\rightarrow 3 + 6x - 4x = 8 - 6 + 2x \rightarrow 3 + 2x = 2 + 2x \rightarrow 3 - 2 = 2x - 2x \rightarrow \\ &\rightarrow 1 = 0x \rightarrow \text{No tiene solución.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} &= \frac{2(x+1)}{5} - 1 \rightarrow 40 \cdot \left( \frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} \right) = 40 \cdot \left( \frac{2(x+1)}{5} - 1 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 4(x-2) - 5(3x-1) = 16(x+1) - 40 \rightarrow \\ &\rightarrow 4x - 8 - 15x + 5 = 16x + 16 - 40 \rightarrow -11x - 3 = 16x - 24 \rightarrow \\ &\rightarrow 24 - 3 = 16x + 11x \rightarrow 21 = 27x \rightarrow x = \frac{21}{27} \rightarrow x = \frac{7}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} &= \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} \rightarrow 72 \cdot \left( \frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} \right) = 72 \cdot \left( \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 32(x-2) - 108(1-x) = 9(21x-11) - 21 \rightarrow \\ &\rightarrow 32x - 64 - 108 + 108x = 189x - 99 - 21 \rightarrow \\ &\rightarrow 140x - 172 = 189x - 120 \rightarrow 120 - 172 = 189x - 140x \rightarrow \\ &\rightarrow -52 = 49x \rightarrow x = \frac{-52}{49} \end{aligned}$$

### 3 Ecuaciones de segundo grado

#### Página 91

**1. Resuelve estas ecuaciones sin aplicar la fórmula:**

a)  $5x^2 - 5 = 0$

b)  $5x^2 + 5 = 0$

c)  $2x^2 + 3 = 35$

d)  $x^2 - 9x = 0$

e)  $2x^2 - 6x = 0$

f)  $5x^2 + 5x = 0$

g)  $8x^2 - 16x = 0$

h)  $4x^2 = 36$

i)  $x^2 + 1 = 0$

j)  $x^2 + x = 0$

a)  $5x^2 - 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = 5 \rightarrow x^2 = \frac{5}{5} = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

b)  $5x^2 + 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = -5 \rightarrow x^2 = \frac{-5}{5} = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow$  No tiene solución.

c)  $2x^2 + 3 = 35 \rightarrow 2x^2 = 35 - 3 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = \frac{32}{2} = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$

d)  $x^2 - 9x = 0 \rightarrow x(x - 9) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 9 = 0 \rightarrow x = 9 \end{cases}$

e)  $2x^2 - 6x = 0 \rightarrow 2x(x - 3) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$

f)  $5x^2 + 5x = 0 \rightarrow 5x(x + 1) = 0 \begin{cases} 5x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

g)  $8x^2 - 16x = 0 \rightarrow 8x(x - 2) = 0 \begin{cases} 8x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$

h)  $4x^2 = 36 \rightarrow x^2 = \frac{36}{4} = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$

i)  $x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow$  No tiene solución.

j)  $x^2 + x = 0 \rightarrow x(x + 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

**2. Resuelve estas ecuaciones aplicando la fórmula:**

a)  $x^2 - 6x + 5 = 0$

b)  $x^2 + 6x - 7 = 0$

c)  $2x^2 + 2x - 24 = 0$

d)  $x^2 + 4x + 3 = 0$

e)  $x^2 - 10x + 25 = 0$

f)  $x^2 - x + 1 = 0$

g)  $x^2 + 2x + 1 = 0$

h)  $-x^2 + 5x - 6 = 0$

i)  $-2x^2 - 12x + 14 = 0$

j)  $-x^2 - 2x - 1 = 0$

a)  $x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow a = 1, b = -6, c = 5$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{6+4}{2} \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5 \\ \frac{6-4}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

b)  $x^2 + 6x - 7 = 0 \rightarrow a = 1, b = 6, c = -7$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-6 \pm 8}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-6+8}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-6-8}{2} \rightarrow x = \frac{-14}{2} \rightarrow x = -7 \end{cases}$$

c)  $2x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow a = 2, b = 2, c = -24$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{4} = \frac{-2 \pm 14}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-2+14}{4} \rightarrow x = \frac{12}{4} \rightarrow x = 3 \\ \frac{-2-14}{4} \rightarrow x = \frac{-16}{4} \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

d)  $x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow a = 1, b = 4, c = 3$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-4+2}{2} \rightarrow x = \frac{-2}{2} \rightarrow x = -1 \\ \frac{-4-2}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

e)  $x^2 - 10x + 25 = 0 \rightarrow a = 1, b = -10, c = 25$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

f)  $x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = -1, c = 1$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

g)  $x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = 2, c = 1$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

h)  $-x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow a = -1, b = 5, c = -6$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{-2} = \frac{-5 \pm 1}{-2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-5+1}{-2} \rightarrow x = \frac{-4}{-2} \rightarrow x = 2 \\ \frac{-5-1}{-2} \rightarrow x = \frac{-6}{-2} \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

i)  $-2x^2 - 12x + 14 = 0 \rightarrow a = -2, b = -12, c = 14$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 14}}{2 \cdot (-2)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 112}}{-4} = \frac{12 \pm \sqrt{256}}{-4} = \frac{12 \pm 16}{-4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{12+16}{-4} \rightarrow x = \frac{28}{-4} \rightarrow x = -7 \\ \frac{12-16}{-4} \rightarrow x = \frac{-4}{-4} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

j)  $-x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow a = -1, b = -2, c = -1$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

**Página 92**

**3. Resuelve las ecuaciones siguientes:**

a)  $(x - 3)x + 1 = x^2 - 5x(x + 1)$

b)  $3(x - 1) - 4x = 2(x + 1)(x - 1) + 2$

c)  $3x^2 - (x + 3)^2 = x^2 - 17$

d)  $2x^2 - (x - 5)^2 = 11 - (x - 6)^2$

e)  $5x(x^2 - x) + 1 = x^2(5x - 3) + x$

f)  $10x + (2x - 3)(2x + 3) = 5 - 2(x - 1)^2$

g)  $8x - [x^2 + (x - 2)^2] = -(x + 2)^2$

a)  $(x - 3)x + 1 = x^2 - 5x(x + 1) \rightarrow x^2 - 3x + 1 = x^2 - 5x^2 - 5x \rightarrow x^2 - 3x + 1 = -4x^2 - 5x \rightarrow$   
 $\rightarrow x^2 + 4x^2 - 3x + 5x + 1 = 0 \rightarrow 5x^2 + 2x + 1 = 0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2} \rightarrow$  Sin solución

b)  $3(x - 1) - 4x = 2(x + 1)(x - 1) + 2 \rightarrow 3x - 3 - 4x = 2(x^2 - 1) + 2 \rightarrow -x - 3 = 2x^2 - 2 + 2 \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x^2 + x + 3 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 24}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{4} \rightarrow$  Sin solución

c)  $3x^2 - (x + 3)^2 = x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - (x^2 + 6x + 9) = x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - x^2 - 6x - 9 = x^2 - 17 \rightarrow$   
 $\rightarrow 3x^2 - x^2 - x^2 - 6x - 9 + 17 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$

$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \begin{cases} \frac{6+2}{2} \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4 \\ \frac{6-2}{2} \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2 \end{cases}$

d)  $2x^2 - (x - 5)^2 = 11 - (x - 6)^2 \rightarrow 2x^2 - (x^2 - 10x + 25) = 11 - (x^2 - 12x + 36) \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + 10x - 25 = 11 - x^2 + 12x - 36 \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + x^2 - 12x + 10x - 25 - 11 + 36 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \rightarrow 2x(x - 1) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$

e)  $5x(x^2 - x) + 1 = x^2(5x - 3) + x \rightarrow 5x^3 - 5x^2 + 1 = 5x^3 - 3x^2 + x \rightarrow$   
 $\rightarrow 5x^3 - 5x^3 - 5x^2 + 3x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow -2x^2 - x + 1 = 0$

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1}}{2 \cdot (-2)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{-4} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{-4} = \frac{1 \pm 3}{-4} \begin{cases} \frac{1+3}{-4} \rightarrow x = \frac{4}{-4} \rightarrow x = -1 \\ \frac{1-3}{-4} \rightarrow x = \frac{-2}{-4} \rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{f) } 10x + (2x - 3)(2x + 3) &= 5 - 2(x - 1)^2 \rightarrow 10x + 4x^2 - 9 = 5 - 2(x^2 - 2x + 1) \rightarrow \\ &\rightarrow 4x^2 + 10x - 9 = 5 - 2x^2 + 4x - 2 \rightarrow \\ &\rightarrow 4x^2 - 2x^2 + 10x - 4x - 9 - 3 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \rightarrow \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} \frac{-1+3}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-1-3}{2} \rightarrow x = \frac{-4}{2} \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 8x - [x^2 + (x - 2)^2] &= -(x + 2)^2 \rightarrow 8x - [x^2 + x^2 - 4x + 4] = -(x^2 + 4x + 4) \rightarrow \\ &\rightarrow 8x - 2x^2 + 4x - 4 = -x^2 - 4x - 4 \rightarrow \\ &\rightarrow -2x^2 + x^2 + 8x + 4x + 4x - 4 + 4 = 0 \rightarrow \end{aligned}$$

$$\rightarrow -x^2 + 16x = 0 \rightarrow x(-x + 16) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ -x + 16 = 0 \rightarrow x = 16 \end{cases}$$

**4. Reduce, resuelve y comprueba las soluciones:**

a)  $x + \frac{2x+3}{3} = 1 - \frac{2x^2}{3}$

b)  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{6} = \frac{x}{4} - \frac{1}{12}$

c)  $\frac{5x^2}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{3x^2}{2} + \frac{x}{3}$

d)  $\frac{3x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

e)  $\frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x} = 1 - \frac{2}{3x}$

a)  $x + \frac{2x+3}{3} = 1 - \frac{2x^2}{3} \rightarrow 3 \cdot \left(x + \frac{2x+3}{3}\right) = 3 \cdot \left(1 - \frac{2x^2}{3}\right) \rightarrow 3x + 2x + 3 = 3 - 2x^2 \rightarrow$

$$\rightarrow 2x^2 + 5x = 0 \rightarrow x(2x + 5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 5 = 0 \rightarrow 2x = -5 \rightarrow x = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

• Si  $x = 0 \rightarrow 0 + \frac{2 \cdot 0 + 3}{3} = 1 - \frac{2 \cdot 0^2}{3} \rightarrow 1 = 1$

• Si  $x = \frac{-5}{2} \rightarrow \frac{-5}{2} + \frac{2 \cdot \left(\frac{-5}{2}\right) + 3}{3} = 1 - \frac{2 \cdot \left(\frac{-5}{2}\right)^2}{3} \rightarrow \frac{-5}{2} + \frac{-5+3}{3} = 1 - \frac{25}{3} \rightarrow$   
 $\rightarrow \frac{-5}{2} - \frac{2}{3} = 1 - \frac{25}{6} \rightarrow \frac{-15-4}{6} = \frac{6-25}{6} \rightarrow \frac{-19}{6} = \frac{-19}{6}$

b)  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{6} = \frac{x}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{6}\right) = 12 \cdot \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{12}\right) \rightarrow 6x^2 - 2x = 3x - 1 \rightarrow$

$$\rightarrow 6x^2 - 2x - 3x + 1 = 0 \rightarrow 6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{2 \cdot 6} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{12} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{12} = \frac{5 \pm 1}{12} \begin{cases} \frac{5+1}{12} \rightarrow x = \frac{6}{12} \rightarrow x = \frac{1}{2} \\ \frac{5-1}{12} \rightarrow x = \frac{4}{12} \rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{6} = \frac{\frac{1}{2}}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{\frac{1}{4}}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{6} = \frac{\frac{1}{2}}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{8} - \frac{1}{12}$$

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{2} - \frac{\frac{1}{3}}{6} = \frac{\frac{1}{3}}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{\frac{1}{9}}{2} - \frac{\frac{1}{3}}{6} = \frac{\frac{1}{3}}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{18} - \frac{1}{18} = \frac{1}{12} - \frac{1}{12} \rightarrow 0 = 0$$

$$\text{c) } \frac{5x^2}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{3x^2}{2} + \frac{x}{3} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{5x^2}{3} + \frac{2x}{5}\right) = 30 \cdot \left(\frac{3x^2}{2} + \frac{x}{3}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow 10 \cdot 5x^2 + 6 \cdot 2x = 15 \cdot 3x^2 + 10x \rightarrow$$

$$\rightarrow 50x^2 + 12x = 45x^2 + 10x \rightarrow$$

$$\rightarrow 50x^2 - 45x^2 + 12x - 10x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(5x + 2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 5x + 2 = 0 \rightarrow 5x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = 0 \rightarrow \frac{5 \cdot 0^2}{3} + \frac{2 \cdot 0}{5} = \frac{3 \cdot 0^2}{2} + \frac{0}{3} \rightarrow 0 = 0$$

$$\bullet \text{ Si } x = -\frac{2}{5} \rightarrow \frac{5\left(-\frac{2}{5}\right)^2}{3} + \frac{2\left(-\frac{2}{5}\right)}{5} = \frac{3\left(-\frac{2}{5}\right)^2}{2} + \frac{-2}{3} \rightarrow \frac{5 \cdot \frac{4}{25}}{3} - \frac{\frac{4}{5}}{5} = \frac{3 \cdot \frac{4}{25}}{2} - \frac{\frac{2}{5}}{3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{4}{15} - \frac{4}{25} = \frac{6}{25} - \frac{2}{15} \rightarrow \frac{20}{75} - \frac{12}{75} = \frac{18}{75} - \frac{10}{75} \rightarrow \frac{8}{75} = \frac{8}{75}$$

$$\text{d) } \frac{3x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \rightarrow 2x \cdot \left(\frac{3x}{2} - \frac{1}{x}\right) = 2x \cdot \frac{3}{2} \rightarrow 3x^2 - 2 = 3x \rightarrow 3x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 24}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6} \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{33}}{6} \\ x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{3 + \sqrt{33}}{6} \rightarrow \frac{3 \cdot \left(\frac{3 + \sqrt{33}}{6}\right)}{2} - \frac{1}{\frac{3 + \sqrt{33}}{6}} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3 + \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 - \sqrt{33})}{(3 + \sqrt{33})(3 - \sqrt{33})} =$$

$$= \frac{3 + \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 - \sqrt{33})}{-24} = \frac{6 \cdot (3 + \sqrt{33})}{24} + \frac{6 \cdot (3 - \sqrt{33})}{24} =$$

$$= \frac{18 + 6\sqrt{33} + 18 - 6\sqrt{33}}{24} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6} &\rightarrow \frac{3 \cdot \left(\frac{3 - \sqrt{33}}{6}\right)}{2} - \frac{1}{\frac{3 - \sqrt{33}}{6}} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3 - \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 + \sqrt{33})}{(3 + \sqrt{33})(3 - \sqrt{33})} = \\ &= \frac{3 - \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 + \sqrt{33})}{-24} = \frac{6 \cdot (3 - \sqrt{33})}{24} + \frac{6 \cdot (3 + \sqrt{33})}{24} = \\ &= \frac{18 - 6\sqrt{33} + 18 + 6\sqrt{33}}{24} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x} = 1 - \frac{2}{3x} &\rightarrow 3x \cdot \left(\frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x}\right) = 3x \cdot \left(1 - \frac{2}{3x}\right) \rightarrow x^2 - 3x + 3 = 3x - 2 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 - 3x - 3x + 3 + 2 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{cases} \frac{6+4}{2} \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5 \\ \frac{6-4}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = 1 \rightarrow \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{1} = 1 - \frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\bullet \text{ Si } x = 5 \rightarrow \frac{5}{3} - 1 + \frac{1}{5} = 1 - \frac{2}{3 \cdot 5} \rightarrow \frac{25 - 15 + 3}{15} = \frac{15 - 2}{15} \rightarrow \frac{13}{15} = \frac{13}{15}$$

## 4 Resolución de problemas mediante ecuaciones

### Página 93

#### 1. Calcula tres números sabiendo que:

- El primero es 20 unidades menor que el segundo.
- El tercero es igual a la suma de los dos primeros.
- Entre los tres suman 120.

Llamamos  $x$  al segundo número. Entonces, tenemos que:

– Primer número  $\rightarrow x - 20$

– Tercer número  $\rightarrow (x - 20) + x = 2x - 20$

$$x + (x - 20) + (2x - 20) = 120 \rightarrow x + x + 2x - 20 - 20 = 120 \rightarrow 4x - 40 = 120 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x = 120 + 40 \rightarrow 4x = 160 \rightarrow x = \frac{160}{4} \rightarrow x = 40$$

- El segundo número es 40.
- El primer número es  $40 - 20 = 20$ .
- El tercer número es  $20 + 40 = 60$ .

#### 2. Por un videojuego, un cómic y un helado, Andrés ha pagado 14,30 €. El videojuego es cinco veces más caro que el cómic, y este cuesta el doble que el helado. ¿Cuál es el precio de cada artículo?

Llamamos  $x$  al precio del helado. Por tanto, tenemos que:

– Precio del cómic  $\rightarrow 2x$

– Precio del videojuego  $\rightarrow 5 \cdot 2x = 10x$

$$x + 2x + 10x = 14,30 \rightarrow 13x = 14,30 \rightarrow x = \frac{14,30}{13} \rightarrow x = 1,10$$

- El precio del helado es 1,10 €.
- El precio del cómic es  $2 \cdot 1,10 = 2,20$  €.
- El precio del videojuego es  $5 \cdot 2,20 = 11$  €.

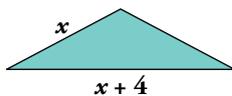
#### 3. Dos albañiles que trabajan asociados reciben 1400 € como pago de cierto trabajo. ¿Cuánto debe cobrar cada uno si el primero trabajó las dos quintas partes de lo que trabajó el otro?

Llamamos  $x$  al tiempo que trabajó uno de los albañiles, entonces, el otro albañil trabajó  $\frac{2}{5}x$ .

$$x + \frac{2}{5}x = 1400 \rightarrow \frac{5x + 2x}{5} = 1400 \rightarrow \frac{7}{5}x = 1400 \rightarrow x = \frac{1400 \cdot 5}{7} = 200 \cdot 5 \rightarrow x = 1000$$

Uno de los albañiles debe cobrar 1000 € y el otro, debe cobrar,  $1000 \cdot \frac{2}{5} = 400$  €.

4. En un triángulo isósceles, el lado desigual mide 4 cm más que cada uno de sus lados iguales. Halla la longitud de los lados sabiendo que su perímetro es de 40 cm.



Llamamos  $x$  a la medida de los lados iguales. Entonces, el lado desigual mide  $x + 4$  cm.

$$x + x + (x + 4) = 40 \rightarrow 2x + x + 4 = 40 \rightarrow 3x = 40 - 4 \rightarrow 3x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{3} = 12$$

- Los lados iguales miden 12 cm.
- El lado desigual mide 16 cm.

**Página 94**

- 5. Una peña deportiva contrató un autobús para seguir a su equipo. Si el autobús se hubiera llenado, cada uno habría pagado 8,50 €; pero quedaron 3 plazas vacías, y el viaje costó 9 €. ¿Cuántas plazas tenía el autobús?**

Llamamos  $x$  al número de seguidores que viajan en el autobús.

$$(x + 3) \cdot 8,50 = x \cdot 9 \rightarrow 8,50x + 25,50 = 9x \rightarrow 25,50 = 9x - 8,50x \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,50x = 25,50 \rightarrow x = \frac{25,50}{0,50} \rightarrow x = 51$$

El autobús tenía  $51 + 3 = 54$  plazas.

- 6. Si divido un número entre 5, el resultado es dos unidades mayor que si lo divido entre 6. ¿Qué número es?**

Llamamos  $x$  al número que buscamos.

$$\frac{x}{5} - 2 = \frac{x}{6} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{x}{5} - 2\right) = 30 \cdot \frac{x}{6} \rightarrow 6x - 60 = 5x \rightarrow 6x - 5x = 60 \rightarrow x = 60$$

El número que buscamos es 60.

- 7. Me faltan 1,80 € para comprar una revista. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora, me sobrarían 2 €. ¿Cuánto tengo? ¿Cuánto cuesta la revista?**

Llamamos  $x$  al dinero que tengo.

$$x + 1,80 = 2x - 2 \rightarrow 1,80 + 2 = 2x - x \rightarrow x = 3,80 \text{ €}$$

Tengo 3,80 euros.

Por tanto, la revista cuesta  $3,80 + 1,80 = 5,60 \text{ €}$ .

- 8. José tiene 15 años; su hermano Juan, 13, y su padre, 43. ¿Cuántos años han de pasar para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?**

Llamamos  $x$  a los años que deben pasar.

EDAD DE...	HOY	DENTRO DE $x$ AÑOS
JOSÉ	15	$15 + x$
JUAN	13	$13 + x$
PADRE	43	$43 + x$

$$(15 + x) + (13 + x) = 43 + x \rightarrow 28 + 2x = 43 + x \rightarrow 2x - x = 43 - 28 \rightarrow x = 15$$

Han de pasar 15 años para que entre los dos hijos igualen la edad del padre.

Página 95

9. Si un número se aumenta en un 30% y se le suman 12 unidades, se obtiene el mismo resultado que si a su doble se le quita un 20%. ¿Qué número es?

Llamamos  $x$  al número que buscamos. Tenemos que:

– El número aumentado en un 30% más 12 unidades  $\rightarrow 1,3x + 12$

– El doble del número disminuido un 20%  $\rightarrow 0,8 \cdot (2x)$

$$1,3x + 12 = 0,8 \cdot 2x \rightarrow 1,3x + 12 = 1,6x \rightarrow 12 = 1,6x - 1,3x \rightarrow$$

$$\rightarrow 12 = 0,3x \rightarrow x = \frac{12}{0,3} \rightarrow x = 40$$

El número buscado es 40.

10. Marta compra una camiseta rebajada un 10%. Después, en otra tienda, compra una blusa que costaba 10 € más, pero estaba rebajada un 40%. Así, paga lo mismo por ambas prendas. ¿Cuánto costaba cada prenda sin rebajar?

PRECIO  $\rightarrow x$

REBAJA 10%



PRECIO  $\rightarrow x + 10$

REBAJA 40%

Llamamos:

Precio de la camiseta  $\rightarrow x$

Con una rebaja del 10%  $\rightarrow 0,9x$

Precio de la blusa  $\rightarrow x + 10$

Con una rebaja del 40%  $\rightarrow 0,6(x + 10)$

$$0,9x = 0,6(x + 10) \rightarrow 0,9x = 0,6x + 6 \rightarrow 0,9x - 0,6x = 6 \rightarrow 0,3x = 6 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{6}{0,3} \rightarrow x = 20$$

La camiseta costaba 20 € y la blusa  $20 + 10 = 30$  €.

11. Teo ha mezclado 12 kg de azúcar, de 1,10 €/kg, con cierta cantidad de miel, de 4,20 €/kg. La mezcla sale a 2,34 €/kg. ¿Cuánta miel mezcló?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
AZÚCAR	12	1,10	13,20
MIEL	$x$	4,20	$4,20x$
MEZCLA	$12 + x$	2,34	$2,34(12 + x)$

$$13,20 + 4,20x = 2,34(12 + x) \rightarrow 13,20 + 4,20x = 28,08 + 2,34x \rightarrow$$

$$\rightarrow 4,20x - 2,34x = 28,08 - 13,20 \rightarrow 1,86x = 14,88 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{14,88}{1,86} \rightarrow x = 8$$

Mezcló 8 kg de miel.

- 12.** Mezclando 15 kg de arroz de 1 €/kg con 25 kg de arroz de otra clase, se obtiene una mezcla que sale a 1,30 €/kg. ¿Cuál será el precio de la segunda clase de arroz?



	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
ARROZ A	15	1,00	15
ARROZ B	25	$x$	$25x$
MEZCLA	40	1,35	54

$$15 + 25x = 54 \rightarrow 25x = 54 - 15 \rightarrow 25x = 39 \rightarrow x = \frac{39}{25} \rightarrow x = 1,56 \text{ €/kg}$$

La segunda clase de arroz cuesta 1,56 €/kg.

## Ejercicios y problemas

Página 96

### Practica

#### Ecuaciones: soluciones, tanteo...

1.  Comprueba cuál de los números 1, 2 o 4 es la solución de las siguientes ecuaciones:

a)  $3x - 5 = 1$

b)  $\frac{x}{2} - 3x = -10$

c)  $x^3 - 1 = 0$

d)  $2^x = 4$

e)  $\sqrt{x} = 2$

f)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

a)  $3x - 5 = 1$

$x = 1 \rightarrow 3 \cdot 1 - 5 = -2 \neq 1$

$x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2 - 5 = 1$

$x = 4 \rightarrow 3 \cdot 4 - 5 = -2 \neq 1$

c)  $x^3 - 1 = 0$

$x = 1 \rightarrow 1^3 - 1 = 0$

$x = 2 \rightarrow 2^3 - 1 = 7 \neq 0$

$x = 4 \rightarrow 4^3 - 1 = 63 \neq 0$

e)  $\sqrt{x} = 2$

$x = 1 \rightarrow \sqrt{1} = 1 \neq 2$

$x = 2 \rightarrow \sqrt{2} \neq 2$

$x = 4 \rightarrow \sqrt{4} = 2$

b)  $\frac{x}{2} - 3x = -10$

$x = 1 \rightarrow \frac{1}{2} - 3 \cdot 1 = \frac{-5}{2} \neq -10$

$x = 2 \rightarrow \frac{2}{2} - 3 \cdot 2 = -5 \neq -10$

$x = 4 \rightarrow \frac{4}{2} - 3 \cdot 4 = -10$

d)  $2^x = 4$

$x = 1 \rightarrow 2^1 = 2 \neq 4$

$x = 2 \rightarrow 2^2 = 4$

$x = 4 \rightarrow 2^4 = 16 \neq 4$

f)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

$x = 1 \rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{1}{2}$

$x = 2 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$x = 4 \rightarrow \frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}$

2.  Resuelve mentalmente y explica el proceso seguido.

a)  $\frac{x-5}{4} = 1$

b)  $5x + 1 = 11$

c)  $3(x-2) = 12$

d)  $\frac{x}{3} + 1 = 6$

e)  $\frac{x+1}{3} = 6$

f)  $x^3 = 8$

g)  $3^x = 81$

h)  $\sqrt{2x} = 4$

a)  $x = 9$

Buscamos un número que al restarle 5 el resultado sea 4.

b)  $x = 2$

Buscamos un número que al multiplicarlo por 5 su resultado sea 10.

c)  $x = 6$

Buscamos un número tal que, al restarle 2 nos quede 4.

d)  $x = 15$

La tercera parte del número que buscamos es 5.

e)  $x = 17$

Buscamos un número que al sumarle 1 nos quede 18.

f)  $x = 2$

Buscamos un número que multiplicado tres veces por sí mismo nos quede 8.

g)  $x = 4$

Buscamos el número de veces que tenemos que multiplicar 3 para que el resultado sea 81.

h)  $x = 8$

Buscamos un número que al multiplicarlo por dos su resultado sea 16.

**3.  Resuelve por tanteo.**

a)  $\frac{x+4}{2} = 65$

b)  $\frac{x}{2} - 1 = 3$

c)  $2(x+1) = 16$

d)  $x^2 = 25$

e)  $x^3 = 64$

f)  $2^x = 32$

g)  $\sqrt{x+1} = 5$

h)  $\frac{2}{x} = 1$

a)  $x = 126$

b)  $x = 8$

c)  $x = 7$

d)  $x = 5$

e)  $x = 4$

f)  $x = 5$

g)  $x = 24$

h)  $x = 2$

**Ecuaciones de primer grado**

**4.  Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a)  $12x - 8 = 34 + 5x$

b)  $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3)$

c)  $2[x + 3(x + 1)] = 5x$

d)  $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x)$

a)  $12x - 8 = 34 + 5x \rightarrow 12x - 5x = 34 + 8 \rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{7} \rightarrow x = 6$

b)  $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3) \rightarrow 8 - 4x - 4 + x = 14x + 21 \rightarrow 4 - 3x = 14x + 21 \rightarrow$   
 $\rightarrow 4 - 21 = 14x + 3x \rightarrow -17 = 17x \rightarrow x = -1$

c)  $2[x + 3(x + 1)] = 5x \rightarrow 2(x + 3x + 3) = 5x \rightarrow 2(4x + 3) = 5x \rightarrow 8x + 6 = 5x \rightarrow$   
 $\rightarrow 8x - 5x = -6 \rightarrow 3x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{3} \rightarrow x = -2$

d)  $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x) \rightarrow 5x - 10 - 2x + 10 = 2x - 12 - 3x \rightarrow$   
 $\rightarrow 3x = -x - 12 \rightarrow 3x + x = -12 \rightarrow$   
 $\rightarrow 4x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{4} \rightarrow x = -3$

**5. Elimina los denominadores y resuelve.**

a)  $\frac{x}{3} - \frac{2x}{5} = \frac{-1}{15}$

b)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = \frac{13}{6}$

c)  $\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4} = -1$

d)  $\frac{3x+1}{5} - x + 1 = 0$

e)  $\frac{2(x+1)}{3} + \frac{3x-1}{2} = \frac{1}{6}$

f)  $\frac{3(x-1)}{7} - 2(x+3) + 8 = 0$

a)  $\frac{x}{3} - \frac{2x}{5} = \frac{-1}{15} \rightarrow 15 \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{2x}{5}\right) = 15 \cdot \left(\frac{-1}{15}\right) \rightarrow 5x - 6x = -1 \rightarrow -x = -1 \rightarrow x = 1$

b)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = \frac{13}{6} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3}\right) = 12 \cdot \frac{13}{6} \rightarrow 6x + 3x + 4x = 26 \rightarrow$   
 $\rightarrow 13x = 26 \rightarrow x = \frac{26}{13} \rightarrow x = 2$

c)  $\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4} = -1 \rightarrow 4 \cdot \left(\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4}\right) = 4 \cdot (-1) \rightarrow 2(x+1) + 3x-1 = -4 \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x + 2 + 3x - 1 = -4 \rightarrow 5x + 1 = -4 \rightarrow 5x = -4 - 1 \rightarrow$   
 $\rightarrow 5x = -5 \rightarrow x = -1$

d)  $\frac{3x+1}{5} - x + 1 = 0 \rightarrow 5 \left(\frac{3x+1}{5} - x + 1\right) = 5 \cdot 0 \rightarrow 3x + 1 - 5x + 5 = 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow -2x + 6 = 0 \rightarrow 6 = 2x \rightarrow x = \frac{6}{2} \rightarrow x = 3$

e)  $\frac{2(x+1)}{3} + \frac{3x-1}{2} = \frac{1}{6} \rightarrow 6 \left(\frac{2(x+1)}{3} + \frac{3x-1}{2}\right) = 6 \cdot \frac{1}{6} \rightarrow$   
 $\rightarrow 2 \cdot 2(x+1) + 3(3x-1) = 1 \rightarrow$   
 $\rightarrow 4x + 4 + 9x - 3 = 1 \rightarrow 13x + 1 = 1 \rightarrow$   
 $\rightarrow 13x = 1 - 1 \rightarrow 13x = 0 \rightarrow x = 0$

f)  $\frac{3(x-1)}{7} - 2(x+3) + 8 = 0 \rightarrow 7 \left(\frac{3(x-1)}{7} - 2(x+3) + 8\right) = 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow 3(x-1) - 14(x+3) + 56 = 7 \cdot 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow 3x - 3 - 14x - 42 + 56 = 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow -11x + 11 = 0 \rightarrow x = \frac{-11}{-11} = 1$

**6. Simplifica y resuelve estas ecuaciones:**

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x = x - \frac{1}{6}$

b)  $\frac{3x-3}{4} = \frac{x+4}{3}$

c)  $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2x-2) = 8x-1-2(x+3)$

d)  $\frac{3(x+3)}{4} - \frac{3x-2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12}$

e)  $\frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} = \frac{x-7}{12} + 7$

f)  $\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} = \frac{1+x}{4} - 1$

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x = x - \frac{1}{6} \rightarrow 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x\right) = 6 \cdot \left(x - \frac{1}{6}\right) \rightarrow 3 + 2x = 6x - 1 \rightarrow$   
 $\rightarrow 3 + 1 = 6x - 2x \rightarrow 4 = 4x \rightarrow x = \frac{4}{4} \rightarrow x = 1$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3x-3}{4} &= \frac{x+4}{3} \rightarrow 12 \cdot \frac{3x-3}{4} = 12 \cdot \frac{x+4}{3} \rightarrow 3(3x-3) = 4(x+4) \rightarrow \\ &\rightarrow 9x-9 = 4x+16 \rightarrow 9x-4x = 16+9 \rightarrow 5x = 25 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{25}{5} \rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{3(x+3)}{2} - 2(2x-2) &= 8x-1-2(x+3) \rightarrow \frac{3(x+3)}{2} - 4x+4 = 8x-1-2x-6 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{3(x+3)}{2} - 4x+4 = 6x-7 \rightarrow \frac{3(x+3)}{2} = 6x+4x-7-4 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{3(x+3)}{2} = 10x-11 \rightarrow 2 \cdot \frac{3(x+3)}{2} = 2 \cdot (10x-11) \rightarrow \\ &\rightarrow 3(x+3) = 20x-22 \rightarrow 3x+9 = 20x-22 \rightarrow \\ &\rightarrow 9+22 = 20x-3x \rightarrow 31 = 17x \rightarrow x = \frac{31}{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3(x+3)}{4} - \frac{3x-2}{3} &= \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12} \rightarrow 12 \cdot \left( \frac{3(x+3)}{4} - \frac{3x-2}{3} \right) = 12 \cdot \left( \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 3 \cdot 3(x+3) - 4(3x-2) = 2 + x + 3 \rightarrow \\ &\rightarrow 9x+27-12x+8 = 5+x \rightarrow -3x+35 = 5+x \rightarrow \\ &\rightarrow 35-5 = x+3x \rightarrow 30 = 4x \rightarrow x = \frac{30}{4} \rightarrow x = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} &= \frac{x-7}{12} + 7 \rightarrow 12 \left( \frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} \right) = 12 \left( \frac{x-7}{12} + 7 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 6(x+7) - 2(7-x) = x-7 + 12 \cdot 7 \rightarrow \\ &\rightarrow 6x+42-14+2x = x-7+84 \rightarrow \\ &\rightarrow 8x+28 = x+77 \rightarrow 8x-x = 77-28 \rightarrow \\ &\rightarrow 7x = 49 \rightarrow x = \frac{49}{7} \rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} &= \frac{1+x}{4} - 1 \rightarrow 20 \left( \frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} \right) = 20 \left( \frac{1+x}{4} - 1 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 5(5+x) - 4(5-x) = 5(1+x) - 20 \rightarrow \\ &\rightarrow 25+5x-20+4x = 5+5x-20 \rightarrow \\ &\rightarrow 9x+5 = 5x-15 \rightarrow 9x-5x = -15-5 \rightarrow \\ &\rightarrow 4x = -20 \rightarrow x = \frac{-20}{4} \rightarrow x = -5 \end{aligned}$$

**7.  Comprueba que las siguientes ecuaciones son de primer grado y halla su solución:**

a)  $(x+1)(x-1) - 3(x+2) = x(x+2) + 4$

b)  $(2x+3)^2 - (2x-3)^2 = x(x+3) - (x^2+1)$

c)  $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - x\left(x + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}(x-2)$

a)  $(x + 1)(x - 1) - 3(x + 2) = x(x + 2) + 4 \rightarrow x^2 - 1 - 3x - 6 = x^2 + 2x + 4 \rightarrow$   
 $\rightarrow x^2 - 3x - 7 = x^2 + 2x + 4 \rightarrow x^2 - x^2 - 3x - 2x - 7 - 4 = 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow -5x - 11 = 0 \rightarrow -5x = 11 \rightarrow x = \frac{-11}{5}$

b)  $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 = x(x + 3) - (x^2 + 1) \rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 12x + 9) = x^2 + 3x - x^2 - 1 \rightarrow$   
 $\rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 12x - 9 = 3x - 1 \rightarrow 24x = 3x - 1 \rightarrow 24x - 3x = -1 \rightarrow$   
 $\rightarrow 21x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{21}$

c)  $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - x\left(x + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}(x - 2) \rightarrow x^2 - \frac{1}{9} - x^2 - \frac{1}{6}x = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \rightarrow$   
 $\rightarrow -\frac{1}{6}x - \frac{1}{9} = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \rightarrow 18 \cdot \left(-\frac{1}{6}x - \frac{1}{9}\right) = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) \rightarrow -3x - 2 = 6x - 2 \cdot 6 \rightarrow$   
 $\rightarrow 12 - 2 = 6x + 3x \rightarrow 10 = 9x \rightarrow x = \frac{10}{9}$

## Ecuaciones de segundo grado

8.  Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula de resolución:

a)  $7x^2 - 21x = 0$

b)  $2x^2 + x = 0$

c)  $2x^2 - 14x = 0$

d)  $4x^2 - 32x = 0$

e)  $x^2 - 36 = 0$

f)  $3x^2 - 147 = 0$

a)  $7x^2 - 21x = 0 \rightarrow 7x(x - 3) = 0 \begin{cases} 7x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$

b)  $2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x + 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 1 = 0 \rightarrow 2x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{2} \end{cases}$

c)  $2x^2 - 14x = 0 \rightarrow 2x(x - 7) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 7 = 0 \rightarrow x = 7 \end{cases}$

d)  $4x^2 - 32x = 0 \rightarrow 4x(x - 8) = 0 \begin{cases} 4x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 8 = 0 \rightarrow x = 8 \end{cases}$

e)  $x^2 - 36 = 0 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \begin{cases} x = -6 \\ x = 6 \end{cases}$

f)  $3x^2 - 147 = 0 \rightarrow 3x^2 = 147 \rightarrow x^2 = \frac{147}{3} \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49} \begin{cases} x = -7 \\ x = 7 \end{cases}$

**9.  Resuelve estas ecuaciones:**

a)  $2x^2 - 6x + 4 = 0$       b)  $3x^2 - 3x - 6 = 0$       c)  $4x^2 + 16x + 16 = 0$       d)  $x^2 + x + 3 = 0$

e)  $x^2 - 18x + 81 = 0$       f)  $x^2 - 5x - 24 = 0$       g)  $x^2 - 9x + 14 = 0$       h)  $x^2 - 6x + 10 = 0$

a)  $2x^2 - 6x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{4} = \frac{6 \pm 2}{4} \begin{cases} \frac{6+2}{4} \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2 \\ \frac{6-2}{4} \rightarrow x = \frac{4}{4} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

b)  $3x^2 - 3x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{6} = \frac{3 \pm 9}{6} \begin{cases} \frac{3+9}{6} \rightarrow x = \frac{12}{6} \rightarrow x = 2 \\ \frac{3-9}{6} \rightarrow x = \frac{-6}{6} \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

c)  $4x^2 + 16x + 16 = 0 \rightarrow 4(x^2 + 4x + 4) = 0 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} \rightarrow x = -2$$

d)  $x^2 + x + 3 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

e)  $x^2 - 18x + 81 = 0$

$$x = \frac{-(-18) \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81}}{2 \cdot 1} = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 324}}{2} = \frac{18 \pm 0}{2} \rightarrow x = 9$$

f)  $x^2 - 5x - 24 = 0$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{5 \pm 11}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{5+11}{2} \rightarrow x = \frac{16}{2} \rightarrow x = 8 \\ \frac{5-11}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

g)  $x^2 - 9x + 14 = 0$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2} \begin{cases} \frac{9+5}{2} \rightarrow x = \frac{14}{2} \rightarrow x = 7 \\ \frac{9-5}{2} \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

h)  $x^2 - 6x + 10 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 40}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

**10.**  Reduce, resuelve y comprueba las soluciones.

a)  $5x^2 - 3x(x - 4) = (x - 2)^2 + 13$

b)  $3x(x - 2) - 6 = (x + 1)(x - 4)$

c)  $x - \frac{x^2}{2} = \frac{x - 2}{5}$

d)  $\frac{5x}{6} - \frac{x^2}{3} = 11 - \frac{x^2}{2} + 2$

e)  $5x - \frac{3}{x} = \frac{x - 1}{x}$

a)  $5x^2 - 3x(x - 4) = (x - 2)^2 + 13 \rightarrow 5x^2 - 3x^2 + 12x = x^2 - 4x + 4 + 13 \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x^2 + 12x = x^2 - 4x + 17 \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + 12x + 4x - 17 = 0 \rightarrow x^2 + 16x - 17 = 0$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-17)}}{2 \cdot 1} = \frac{-16 \pm \sqrt{256 + 68}}{2} = \frac{-16 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-16 \pm 18}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-16 + 18}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-16 - 18}{2} \rightarrow x = \frac{-34}{2} \rightarrow x = -17 \end{cases}$$

• Si  $x = 1 \rightarrow 5 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1(1 - 4) = (1 - 2)^2 + 13 \rightarrow 5 - 3 \cdot (-3) = (-1)^2 + 13 \rightarrow$   
 $\rightarrow 5 + 9 = 14 \rightarrow 14 = 14$

• Si  $x = -17 \rightarrow 5 \cdot (-17)^2 - 3 \cdot (-17) \cdot (-17 - 4) = (-17 - 2)^2 + 13 \rightarrow$   
 $\rightarrow 1445 - 1071 = 361 + 13 \rightarrow 374 = 374$

b)  $3x(x - 2) - 6 = (x + 1)(x - 4) \rightarrow 3x^2 - 6x - 6 = x^2 - 4x + x - 4 \rightarrow$   
 $\rightarrow 3x^2 - 6x - 6 = x^2 - 3x - 4 \rightarrow$   
 $\rightarrow 3x^2 - x^2 - 6x + 3x - 6 + 4 = 0 \rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{3 + 5}{4} \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2 \\ \frac{3 - 5}{4} \rightarrow x = \frac{-2}{4} \rightarrow x = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

• Si  $x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2 \cdot (2 - 2) - 6 = (2 + 1)(2 - 4) \rightarrow 0 - 6 = 3 \cdot (-2) \rightarrow -6 = -6$

• Si  $x = \frac{-1}{2} \rightarrow 3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2} - 2\right) - 6 = \left(\frac{-1}{2} + 1\right)\left(\frac{-1}{2} - 4\right) \rightarrow 3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-5}{2}\right) - 6 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{-9}{2}\right) \rightarrow$   
 $\rightarrow \frac{15}{4} - 6 = \frac{-9}{4} \rightarrow \frac{15 - 24}{4} = \frac{-9}{4} \rightarrow \frac{-9}{4} = \frac{-9}{4}$

$$\begin{aligned} \text{c) } x - \frac{x^2}{2} &= \frac{x-2}{5} \rightarrow 10\left(x - \frac{x^2}{2}\right) = 10 \cdot \frac{x-2}{5} \rightarrow 10x - 5x^2 = 2(x-2) \rightarrow \\ &\rightarrow 10x - 5x^2 = 2x - 4 \rightarrow 0 = 5x^2 - 10x + 2x - 4 \rightarrow 5x^2 - 8x - 4 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 5} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 80}}{10} = \frac{8 \pm \sqrt{144}}{10} = \frac{8 \pm 12}{10}$$

$$x = \begin{cases} \frac{8+12}{10} \rightarrow x = \frac{20}{10} \rightarrow x = 2 \\ \frac{8-12}{10} \rightarrow x = \frac{-4}{10} \rightarrow x = \frac{-2}{5} \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Si } x = 2 \rightarrow 2 - \frac{2^2}{2} = \frac{2-2}{5} \rightarrow 2 - \frac{4}{2} = 0 \rightarrow 0 = 0$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{-2}{5} \rightarrow \frac{-2}{5} - \frac{\left(\frac{-2}{5}\right)^2}{2} &= \frac{\frac{-2}{5} - 2}{5} \rightarrow \frac{-2}{5} - \frac{4}{50} = \frac{-12}{5} \rightarrow \frac{-2}{5} - \frac{4}{50} = \frac{-12}{25} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-20}{50} - \frac{4}{50} = \frac{-24}{50} \rightarrow \frac{-24}{50} = \frac{-24}{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{5x}{6} - \frac{x^2}{3} &= 11 - \frac{x^2}{2} + 2 \rightarrow 6\left(\frac{5x}{6} - \frac{x^2}{3}\right) = 6\left(11 - \frac{x^2}{2} + 2\right) \rightarrow \\ &\rightarrow 5x - 2x^2 = 66 - 3x^2 + 12 \rightarrow 5x - 2x^2 = -3x^2 + 78 \rightarrow \\ &\rightarrow 3x^2 - 2x^2 + 5x - 78 = 0 \rightarrow x^2 + 5x - 78 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-78)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 312}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{337}}{2} \begin{cases} x = \frac{-5 + \sqrt{337}}{2} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{337}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{-5 + \sqrt{337}}{2} \rightarrow \frac{5 \cdot \frac{-5 + \sqrt{337}}{2}}{6} - \frac{\left(\frac{-5 + \sqrt{337}}{2}\right)^2}{3} &= 11 - \frac{\left(\frac{-5 + \sqrt{337}}{2}\right)^2}{2} + 2 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-25 + 5\sqrt{337}}{12} - \frac{25 - 10\sqrt{337} + 337}{12} = 13 - \frac{25 - 10\sqrt{337} + 337}{8} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-387 + 15\sqrt{337}}{12} = \frac{-258 + 10\sqrt{337}}{8} \rightarrow \frac{-129 + 5\sqrt{337}}{4} = \frac{-129 + 5\sqrt{337}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{-5 - \sqrt{337}}{2} \rightarrow \frac{5 \cdot \frac{-5 - \sqrt{337}}{2}}{6} - \frac{\left(\frac{-5 - \sqrt{337}}{2}\right)^2}{3} &= 11 - \frac{\left(\frac{-5 - \sqrt{337}}{2}\right)^2}{2} + 2 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-25 - 5\sqrt{337}}{12} - \frac{25 + 10\sqrt{337} + 337}{12} = 13 - \frac{25 + 10\sqrt{337} + 337}{8} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-387 - 15\sqrt{337}}{12} = \frac{-258 - 10\sqrt{337}}{8} \rightarrow \frac{-129 - 5\sqrt{337}}{4} = \frac{-129 - 5\sqrt{337}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 5x - \frac{3}{x} &= \frac{x-1}{x} \rightarrow x\left(5x - \frac{3}{x}\right) = x \cdot \frac{x-1}{x} \rightarrow 5x^2 - 3 = x - 1 \rightarrow \\ &\rightarrow 5x^2 - x - 3 + 1 = 0 \rightarrow 5x^2 - x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{1+40}}{10} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{10} \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{41}}{10} \\ x = \frac{1 - \sqrt{41}}{10} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x &= \frac{1 + \sqrt{41}}{10} \rightarrow 5 \cdot \frac{1 + \sqrt{41}}{10} - \frac{3}{\frac{1 + \sqrt{41}}{10}} = \frac{\frac{1 + \sqrt{41}}{10} - 1}{\frac{1 + \sqrt{41}}{10}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1 + \sqrt{41}}{2} - \frac{30}{1 + \sqrt{41}} = \frac{1 + \sqrt{41} - 10}{1 + \sqrt{41}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{(1 + \sqrt{41})^2 - 2 \cdot 30}{2(1 + \sqrt{41})} = \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{(1 + 2\sqrt{41} + 41) - 60}{2(1 + \sqrt{41})} = \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{2\sqrt{41} - 18}{2(1 + \sqrt{41})} = \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}} \rightarrow \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}} = \frac{\sqrt{41} - 9}{1 + \sqrt{41}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x &= \frac{1 - \sqrt{41}}{10} \rightarrow 5 \cdot \frac{1 - \sqrt{41}}{10} - \frac{3}{\frac{1 - \sqrt{41}}{10}} = \frac{\frac{1 - \sqrt{41}}{10} - 1}{\frac{1 - \sqrt{41}}{10}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1 - \sqrt{41}}{2} - \frac{30}{1 - \sqrt{41}} = \frac{1 - \sqrt{41} - 10}{1 - \sqrt{41}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{(1 - \sqrt{41})^2 - 2 \cdot 30}{2(1 - \sqrt{41})} = \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{(1 - 2\sqrt{41} + 41) - 60}{2(1 - \sqrt{41})} = \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-2\sqrt{41} - 18}{2(1 - \sqrt{41})} = \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}} \rightarrow \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}} = \frac{-\sqrt{41} - 9}{1 - \sqrt{41}} \end{aligned}$$

## Piensa y resuelve

11.  Calcula un número cuya mitad es 20 unidades menor que su triple.

Llamamos  $x$  al número que buscamos.

$$\frac{x}{2} + 20 = \frac{x}{3} \rightarrow 6\left(\frac{x}{2} + 20\right) = 6 \cdot \frac{x}{3} \rightarrow 3x + 120 = 2x \rightarrow 3x - 2x = -120 \rightarrow x = -120$$

El número que buscamos es  $-120$ .

12.  Si a un número le restas 12, se reduce a su tercera parte. ¿Cuál es ese número?

Llamamos  $x$  al número que buscamos.

$$x - 12 = \frac{x}{3} \rightarrow 3(x - 12) = 3 \cdot \frac{x}{3} \rightarrow 3x - 36 = x \rightarrow 3x - x = 36 \rightarrow 2x = 36 \rightarrow x = 18$$

Es el número 18.

13.  La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruple del menor. ¿De qué números se trata?

Llamamos  $x$  a uno de los números que buscamos.

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 4(x - 1) \rightarrow 3x = 4x - 4 \rightarrow 4 = 4x - 3x \rightarrow 4 = x$$

Los números que buscamos son 3, 4 y 5.

14.  El producto de un número natural por su siguiente es 31 unidades mayor que el quíntuplo de la suma de ambos. ¿Cuál es ese número?

Llamamos  $x$  al número que buscamos.

$$x \cdot (x + 1) - 31 = 5[x + (x + 1)] \rightarrow x^2 + x - 31 = 5(2x + 1) \rightarrow x^2 + x - 31 = 10x + 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + x - 10x - 31 - 5 = 0 \rightarrow x^2 - 9x - 36 = 0$$

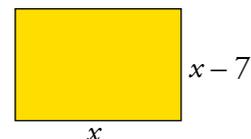
$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36)}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 144}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{9 \pm 15}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{9+15}{2} \rightarrow x = \frac{24}{2} \rightarrow x = 12 \\ \frac{9-15}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \rightarrow \text{No es natural. No vale} \end{cases}$$

Es el número 12.

15.  En un rectángulo de 74 cm de perímetro sabemos que la altura mide 7 cm menos que la base. Halla sus dimensiones.

Llamamos  $x$  a la medida de la base del rectángulo.



$$2 \cdot x + 2 \cdot (x - 7) = 74 \rightarrow 2x + 2x - 14 = 74 \rightarrow 4x - 14 = 74 \rightarrow 4x = 74 + 14 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x = 88 \rightarrow x = \frac{88}{4} \rightarrow x = 22$$

La base del rectángulo mide 22 cm y la altura  $22 - 7 = 15$  cm.

- 16.**  El mayor de los ángulos de un triángulo mide  $50^\circ$  más que el mediano; y este mide  $20^\circ$  más que el pequeño. ¿Cuánto mide cada ángulo?

Llamamos  $x$  al ángulo más pequeño.

- El ángulo mediano mide  $x + 20$  grados.
- El mayor de los ángulos mide  $x + 20 + 50 = x + 70$  grados.

$$x + (x + 20) + (x + 70) = 180 \rightarrow 3x + 90 = 180 \rightarrow 3x = 180 - 90 \rightarrow 3x = 90 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{90}{3} \rightarrow x = 30^\circ$$

El menor de los ángulos mide  $30^\circ$ , el mediano  $30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$ , y el mayor  $30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$ .

- 17.**  La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre tiene 6 años más que la madre, que tuvo a los dos hijos gemelos a los 27 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

Llamamos  $x$  a la edad de la madre. Entonces, tenemos que:

- La edad del padre es  $x + 6$  años.
- La edad de cada uno de los gemelos es  $x - 27$  años.

$$x + (x + 6) + 2 \cdot (x - 27) = 104 \rightarrow x + x + 6 + 2x - 54 = 104 \rightarrow 4x - 48 = 104 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x = 104 + 48 \rightarrow 4x = 152 \rightarrow x = \frac{152}{4} \rightarrow x = 38$$

La madre tiene 38 años.

Por tanto, el padre tiene  $38 + 6 = 48$  años, y los gemelos,  $38 - 27 = 11$  años cada uno.

- 18.**  Con 12 € que tengo, podría ir dos días a la piscina, un día al cine y aún me sobrarían 4,50 €. La entrada de la piscina cuesta 1,50 € menos que la del cine. ¿Cuánto cuesta la entrada del cine?

Llamamos  $x$  al precio de la entrada al cine. Por tanto, tenemos que:

- La entrada de la piscina cuesta  $x - 1,50$  euros.

$$2(x - 1,50) + x + 4,50 = 12 \rightarrow 2x - 3 + x + 4,50 = 12 \rightarrow 3x + 1,50 = 12 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3x = 12 - 1,50 \rightarrow 3x = 10,50 \rightarrow x = \frac{10,50}{3} \rightarrow x = 3,50$$

La entrada del cine cuesta 3,50 €.

- 19.**  Se ha vertido un bidón de aceite de orujo, de 1,60 €/litro, en una tinaja que contenía 400 litros de aceite de oliva de 3,20 €/litro. Sabiendo que el litro de la mezcla cuesta 2,60 €/litro, ¿cuántos litros había en el bidón?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
ACEITE DE ORUJO	$x$	1,60	$1,60x$
ACEITE DE OLIVA	400	3,20	1 280
MEZCLA	$400 + x$	2,60	$2,60(400 + x)$

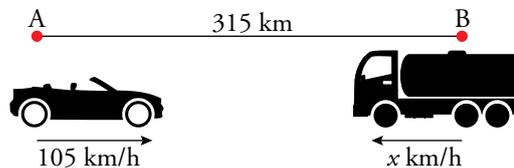
$$1,60x + 1 280 = 2,60(400 + x) \rightarrow 1,60x + 1 280 = 1 040 + 2,60x \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 280 - 1 040 = 2,60x - 1,60x \rightarrow x = 240$$

En el bidón había 240 litros de aceite.

- 20.**  Un coche sale de una ciudad A hacia otra B, distante 315 km, a una velocidad de 105 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A un camión que tarda en cruzarse con el coche una hora y cuarenta y cinco minutos. ¿Cuál era la velocidad del camión?

Llamamos  $x$  a la velocidad a la que circula el camión.



Tardan 1 hora y 45 minutos en encontrarse  $\rightarrow t = 1,75$  horas

$$t = \frac{d}{v} \rightarrow 1,75 = \frac{315}{105 + x}$$

$$1,75 = \frac{315}{105 + x} \rightarrow 1,75(105 + x) = 315 \rightarrow 183,75 + 1,75x = 315 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1,75x = 315 - 183,75 \rightarrow 1,75x = 131,25 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{131,25}{1,75} \rightarrow x = 75 \text{ km/h}$$

La velocidad del camión era de 75 km/h.

- 21.**  Un ciclista que va a 18 km/h tarda 45 minutos en alcanzar a otro que le lleva una ventaja de 6 km. ¿Qué velocidad lleva el que iba delante?

Llamamos  $x$  a la velocidad del ciclista que salió primero.

– El segundo ciclista tarda 45 minutos = 0,75 horas en alcanzar al primero.

– El primer ciclista recorrerá  $\rightarrow 0,75x$  km

– El segundo ciclista recorrerá  $\rightarrow 18 \cdot 0,75$  km

$$18 \cdot 0,75 = 0,75x + 6 \rightarrow 13,5 = 0,75x + 6 \rightarrow 7,5 = 0,75x \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{7,5}{0,75} \rightarrow x = 10 \text{ km/h}$$

El ciclista que va delante lleva una velocidad de 10 km/h.

- 22.**  Un ciclista sale a la carretera a una velocidad de 15 km/h. ¿Qué velocidad deberá llevar otro ciclista que sale media hora después si pretende alcanzar al primero en hora y media?

Llamamos  $x$  a la velocidad del ciclista que en segundo lugar.

– 1 hora y media  $\rightarrow 1,5$  horas

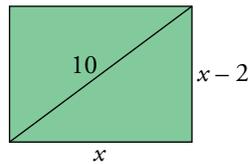
– El primer ciclista recorrerá  $\rightarrow 15 \cdot 2 = 30$  km

– El segundo ciclista recorrerá  $\rightarrow 1,5x$

$$1,5x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{1,5} \rightarrow x = 20 \text{ km/h}$$

El ciclista deberá llevar una velocidad de 20 km/h.

- 23.**  Calcula las dimensiones de un rectángulo en el que la base mide 2 cm menos que la altura y la diagonal mide 10 cm.



Aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$10^2 = x^2 + (x - 2)^2 \rightarrow 100 = x^2 + x^2 - 4x + 4 \rightarrow 0 = 2x^2 - 4x + 4 - 100 \rightarrow 2x^2 - 4x - 96 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-96)}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 768}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{784}}{4} = \frac{4 \pm 28}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{4 + 28}{4} \rightarrow x = \frac{32}{4} \rightarrow x = 8 \\ \frac{4 - 28}{4} \rightarrow x = \frac{-24}{4} \rightarrow x = -6 \rightarrow \text{No vale, las medidas son siempre positivas.} \end{cases}$$

La base del rectángulo mide 8 cm y la altura  $8 - 2 = 6$  cm.

## Curiosidades matemáticas

### Leyenda china

Un genio que vivía en un estrecho desfiladero ofrecía a los viajeros el siguiente trato:

– *Para pasar, has de pagar la cantidad de cuatro veces cuatro monedas. Después, como prueba de amistad, yo doblaré el dinero de tu bolsa.*

Un campesino algo ambicioso, enterado del caso, reunió sus ahorros y se empeñó en atravesar muchas veces el desfiladero. Sin embargo, se encontró que a la cuarta, su bolsa estaba vacía. ¿Con cuántas monedas se presentó por primera vez ante el genio?

Cada vez que pasa el campesino por el desfiladero ha de darle 16 monedas al genio y lo que le queda en la bolsa el genio lo multiplica por dos. Por tanto, si llamamos  $x$  a las monedas que llevaba el campesino:

$$[[[(x - 16) \cdot 2] - 16] \cdot 2 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$[(2x - 32 - 16) \cdot 2 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$[(2x - 48) \cdot 2 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$[4x - 96 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$[4x - 112] \cdot 2 - 16 = 0$$

$$8x - 224 - 16 = 0$$

$$8x - 240 = 0$$

$$8x = 240$$

$$x = \frac{240}{8}$$

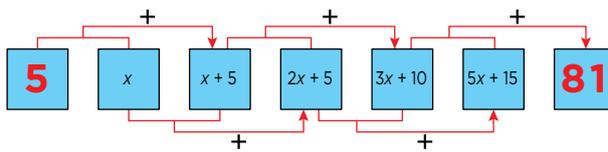
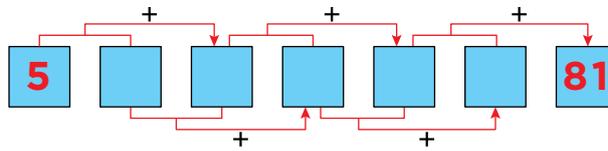
$$x = 30$$

La primera vez se presentó ante el genio con 30 monedas.

**Usa la equis**

Has de completar cada casilla de forma que sumando los números de dos consecutivas obtengas el número de la siguiente.

Si, por ejemplo, la segunda casilla tiene un valor  $x$ , la tercera valdrá...



$$(3x + 10) + (5x + 15) = 81 \rightarrow 8x + 25 = 81 \rightarrow 8x = 81 - 25 \rightarrow 8x = 56 \rightarrow x = \frac{56}{8} \rightarrow x = 7$$

