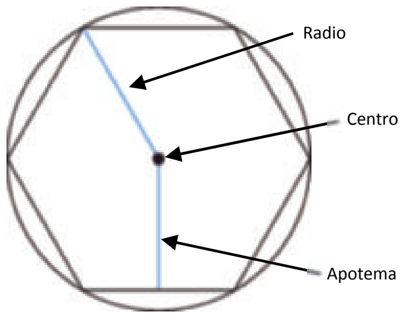
Figuras planas. Áreas

10

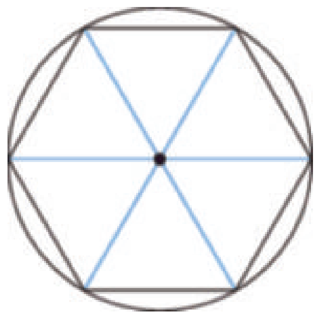
CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 188

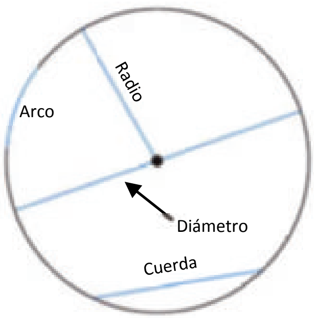
a)



b) Se forman 6 triángulos equiláteros.



2. Página 188



El diámetro mide 8 cm.

VIDA COTIDIANA

LA CUCHILLA DE AFEITAR. Página 189

Se afeitará $A = \frac{2\pi r^2}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 9}{2} = 28{,}26\ \text{cm}^2$.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 194

El área de color rosa es la misma que la del cuadrado blanco, cuyo lado, l, calculamos por el teorema de Pitágoras: $l = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}\ \text{cm} \to A_{\text{Cuadrado}} = (\sqrt{50})^2 = 50\ \text{cm}^2 = A_{\text{Zona rosa}}$

RETO 2. Página 195

El área de la zona rosa es la de un triángulo de base 8 cm y altura 14 cm:

$A = \frac{8 \cdot 14}{2} = 56\ \text{cm}^2$

RETO 3. Página 200

Con el triángulo formado por uno de los extremos del segmento, el centro de las circunferencias y la intersección del segmento con la circunferencia pequeña, obtenemos un triángulo rectángulo de hipotenusa el radio de la circunferencia grande, R, su cateto base es el radio de la circunferencia pequeña, r, y el otro cateto es medio segmento. Por el teorema de Pitágoras, tenemos: $5^2 = R^2 - r^2$.

Por otro lado, tenemos que el área de la corona circular es: $A = (R^2 - r^2)\cdot\pi \rightarrow R^2 - r^2 = \dfrac{A}{r}$

Así, obtenemos que:

$5^2 = \dfrac{A}{\pi} \rightarrow A = 25\pi = 78{,}5\ \text{cm}^2$ es el área de la corona.

RETO 4. Página 203

$$\widehat{A} = 180 - \frac{\frac{4\cdot 360}{8} - \frac{2\cdot 360}{8}}{2} = 180 - \frac{\frac{360}{4}}{2} = 135^{\circ}$$

$$\widehat{B} = \frac{\frac{5\cdot 360}{8} - \frac{3\cdot 360}{8}}{2} = \frac{\frac{360}{4}}{2} = 45^{\circ}$$

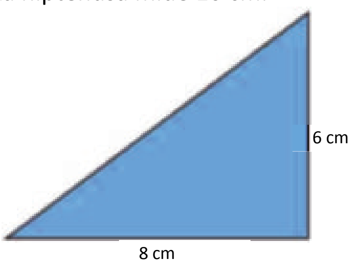
$$\widehat{C} = \frac{\frac{6\cdot 360}{8} - \frac{2\cdot 360}{8}}{2} = \frac{\frac{360}{2}}{2} = 90^{\circ}$$

$$\widehat{D} = \frac{\frac{2\cdot 360}{8}}{2} = \frac{\frac{360}{4}}{2} = 45^{\circ}$$

ACTIVIDADES

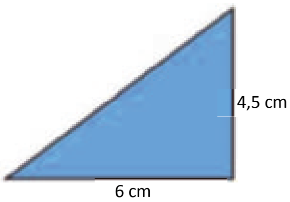
1. Página 190

a) La hiptenusa mide 10 cm.



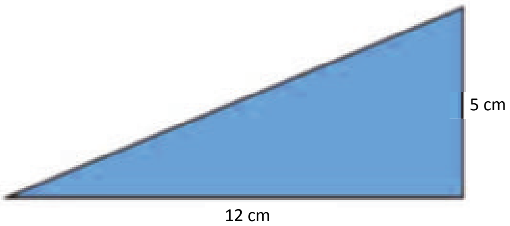
$6^2 + 8^2 = 10^2 \rightarrow 36 + 64 = 100$

c) La hiptenusa mide 7,5 cm.



$6^2 + 4{,}5^2 = 7{,}5^2 \rightarrow 36 + 20{,}25 = 56{,}25$

b) La hiptenusa mide 13 cm.



$5^2 + 12^2 = 13^2 \rightarrow 25 + 144 = 169$

2. Página 190

a) $a = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ cm

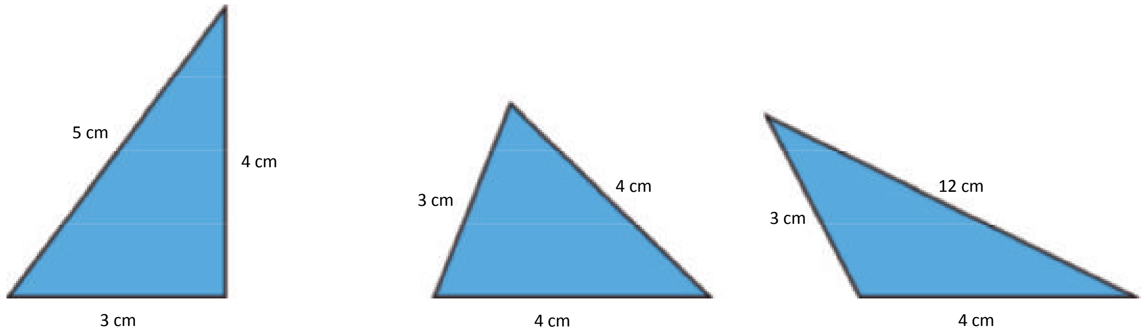
b) $a = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$ cm

3. Página 190

No. Por ejemplo, en los triángulos equiláteros no se cumple.

4. Página 191

Respuesta abierta. Por ejemplo:



Rectángulo: $5^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow 25 = 9 + 16$

Acutángulo: $4^2 < 3^2 + 4^2 \rightarrow 16 < 9 + 16$

Obtusángulo: $12^2 > 3^2 + 4^2 \rightarrow 144 > 9 + 16$

5. Página 191

$a = \sqrt{31^2 + 40^2} = \sqrt{2561} = 50{,}61$ cm

6. Página 191

a) $c = \sqrt{26^2 + (26 - 2)^2} = \sqrt{1252} = 35{,}38$ cm

b) $b = \sqrt{25^2 + (25 - 10)^2} = \sqrt{850} = 29{,}15$ cm

7. Página 191

Sí, porque nos queda un triángulo semejante, que también es rectángulo.

8. Página 192

a) $d = \sqrt{10^2 + 16^2} = \sqrt{356} = 18{,}87$ cm

c) $d = \sqrt{5^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{31{,}25} = 5{,}59$ cm

b) $d = \sqrt{8^2 + (2 \cdot 8)^2} = \sqrt{320} = 17{,}89$ cm

9. Página 192

Sea x el lado que falta. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$17^2 = 8^2 + x^2 \rightarrow x = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ cm

10. Página 192

a) $h = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16$ cm

b) $h = \sqrt{20^2 - \left(\frac{39 - 15}{2}\right)^2} = \sqrt{256} = 16$ cm

c) $h = \sqrt{4^2 - (6 - 4)^2} = \sqrt{12} = 3{,}46$ cm

11. Página 193

El lado y el radio del hexágono regular miden lo mismo. Así, la apotema *a*, es un cateto del triángulo rectángulo de hipotenusa 10 cm y cateto $\frac{10}{2} = 5$ cm.

$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8{,}66$ cm

12. Página 193

El segmento mide dos veces la apotema, *a*. El lado y el radio del hexágono regular miden lo mismo. Así, la apotema *a*, es un cateto del triángulo rectángulo de hipotenusa 20 cm y cateto $\frac{20}{2} = 10$ cm.

$a = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17{,}32$ cm

Por tanto, la longitud del segmento rojo es 2 · 17,32 = 34,64.

13. Página 193

El lado, *l*, de cada polígono será el doble del cateto desconocido del triángulo rectángulo formado por el radio y la apotema.

$l_{\text{Pentágono}} = 2 \cdot \sqrt{10^2 - 8{,}1^2} = 2 \cdot \sqrt{34{,}39} = 2 \cdot 5{,}86 = 11{,}72$ cm

$l_{\text{Octógono}} = 2 \cdot \sqrt{(2{,}83)^2 - 2^2} = 2 \cdot \sqrt{4{,}01} = 2 \cdot 2 = 4$ cm

14. Página 194

a) $A = 3{,}6 \cdot (2 \cdot 3{,}6) = 25{,}92$ cm²

b) $A = 2^2 = 4$ dm²

c) $A = 12 \cdot \frac{12}{3} = 48$ cm²

d) Ponemos las medidas en dm → altura = 1,2 dm.

$A = 3 \cdot 1{,}2 = 3{,}6$ dm²

15. Página 194

a) Por el teorema de Pitégoras: $4^2 = l^2 + l^2 \rightarrow l^2 = \frac{4^2}{2} = 8 \rightarrow l = \sqrt{8} = 2{,}83$ cm

b) $A = l^2 = 8$ cm²

16. Página 194

$P = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 11 = 34$ cm

Para calcular el área necesitamos la altura, *h*, que calculamos con el teorema de Pitágoras.

$h = \sqrt{6^2 - (11-9)^2} = \sqrt{32} = 5{,}66$ cm

$A = 11 \cdot 5{,}66 = 62{,}26$ cm^2

17. Página 195

a) $A = \frac{14 \cdot 8}{2} = 56$ cm^2

b) $A = \frac{(2 \cdot 2{,}4) \cdot (2 \cdot 3{,}8)}{2} = 18{,}24$ cm^2

c) $A = \frac{24 \cdot 20}{2} = 240$ cm^2

18. Página 195

a) Si un rombo tiene las diagonales iguales, es un cuadrado. Por tanto:

$A = 20^2 = 400$ cm^2

b) La altura, *h*, forma un triángulo rectángulo con uno de los lados iguales y la mitad del lado desigual. Por tanto:

$h = \sqrt{12^2 - \left(\frac{20}{2}\right)^2} = \sqrt{44} = 6{,}63$ cm

$A = \frac{20 \cdot 6{,}63}{2} = 66{,}3$ cm^2

19. Página 195

El lado, *l*, del rombo mide $l = \frac{20}{4} = 5$ cm.

Calculamos la diagonal menor, *d*, usando el teorema de Pitágoras:

$d = 2 \cdot \sqrt{5^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = 2 \cdot 3 = 6$ cm

$A = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24$ cm^2

20. Página 196

a) $A = \frac{(14+16) \cdot 9}{2} = 135$ m^2

b) $A = \frac{(24 \cdot 6) \cdot 20}{2} = 1440$ cm

21. Página 196

Sea l el lado del hexágono.

$A = \frac{6 \cdot l \cdot 10{,}39}{2} = 374{,}04 \rightarrow l = \frac{374{,}04 \cdot 2}{6 \cdot 10{,}39} = \frac{748{,}08}{62{,}34} = 12$ cm

22. Página 196

a) Calculamos el área del hexágono y le restamos la del triángulo blanco.

Hallamos la apotema, *a*, del hexágono teniendo en cuenta que su lado coincide con su radio:

$$a=\sqrt{10^2-\left(\frac{10}{2}\right)^2}=\sqrt{75}=8{,}66\text{ cm}\rightarrow A_{\text{Hexágono}}=\frac{6\cdot 10\cdot 8{,}66}{2}=259{,}8\text{ cm}^2$$

Calculamos ahora el área del triángulo blanco teniendo en cuenta que su altura es el doble del apotema del hexágono:

$$A_{\text{Triángulo}}=\frac{10\cdot(2\cdot 8{,}66)}{2}=86{,}6\text{ cm}^2$$

Por tanto, el área de la figura es $A=259{,}8-86{,}6=173{,}2\text{ cm}^2$.

b) Calculamos el área del trapecio y le restamos la del triángulo blanco.

$$A_{\text{Trapecio}}=\frac{(20+16)\cdot 18}{2}=324\text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Triángulo}}=\frac{20\cdot 18}{2}=180\text{ cm}^2$$

Por tanto, el área de la figura es $A=324-180=144\text{ cm}^2$.

23. Página 197

Calculamos el área del rombo. Para ello, hallamos la diagonal, *d*, desconocida con el teorema de Pitágoras:

$$d=2\cdot\sqrt{50^2-\left(\frac{20}{2}\right)^2}=2\cdot\sqrt{2400}=2\cdot 48{,}99=97{,}98\text{ cm}\rightarrow A=\frac{20\cdot 97{,}98}{2}=979{,}8\text{ cm}^2$$

Por tanto, la cantidad de abono que necesitan es $979{,}8\cdot 0{,}5=489{,}9\text{ kg}$.

24. Página 197

Sea *h* la altura de la habitación. Las paredes son cuatro rectángulos iguales dos a dos, con lados *h x* 7 m y *h x* 4 m. El techo es un rectángulo de las mismas dimensiones que el suelo. Por tanto tenemos:

$$A_{\text{Paredes y techo}}=2\cdot(7\cdot h)+2\cdot(4\cdot h)+7\cdot 4=14h+8h+28=94\rightarrow 22h=66\rightarrow h=\frac{66}{22}=3\text{ m}$$

25. Página 197

Cada cuadrado tiene un área de $A_{\text{Cuadrado}}=10^2=100\text{ cm}^2$.

Para calcular el área del hexágono hallamos su apotema, *a*, con el teorema de Pitágoras, teniendo en cuenta que su radio coincide con su lado:

$$a=\sqrt{10^2-\left(\frac{10}{2}\right)^2}=\sqrt{75}=8{,}66\text{ cm}\rightarrow A_{\text{Hexágono}}=\frac{6\cdot 10\cdot 8{,}66}{2}=259{,}8\text{ cm}^2$$

Así, el área de la figura será $A=6\cdot A_{\text{Cuadrado}}+A_{\text{Hexágono}}=859{,}8\text{ cm}^2$.

26. Página 197

Para calcular el área de los triángulos, hallamos el cateto desconocido, *c*, con el teorema de Pitágoras:

$$c = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{Triángulo}} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Cuadrado}} = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$$

Por tanto, el área de la figura será $A = 4 \cdot A_{\text{Triángulo}} + A_{\text{Cuadrado}} = 784 \text{ cm}^2$.

27. Página 198

a) $180 \cdot (6-2) = 720^{\circ}$ miden en total los ángulos interiores de un hexágono cualquiera.

b) La suma de los ángulos interiores de un eneágono es $180 \cdot (9-2) = 1260^{\circ} \rightarrow$ Cada ángulo interior de un eneágono regular mide $\frac{1260}{9} = 140^{\circ}$.

Cada ángulo interior de un eneágono regular mide $\frac{360}{9} = 40^{\circ}$.

28. Página 198

Si *n* es el número de lados del polígono: $\frac{360}{n} = 36 \rightarrow n = \frac{360}{36} = 10 \text{ lados}$.

29. Página 198

Porque en un polígono irregular no tiene porqué existir centro del polígono y, de existir, los ángulos centrales serían distintos.

30. Página 199

a) $L = 2 \cdot \pi \cdot 7{,}5 = 47{,}1 \text{ cm}$

b) $L = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{10}{2}\right) = 31{,}4 \text{ dm}$

31. Página 199

$$L_{\text{Arco}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{5{,}3}{2}\right) \cdot 120}{360} = 5{,}55 \text{ cm}$$

32. Página 199

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 60 \rightarrow r = \frac{60}{2 \cdot \pi} = 9{,}55 \text{ cm}$$

33. Página 199

$$L_{\text{Arco}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot 45}{360} = 4 \rightarrow r = \frac{4 \cdot 360}{2 \cdot \pi \cdot 45} = 5{,}1 \text{ m}$$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 5{,}1 = 32{,}03 \text{ m}$$

34. Página 199

La línea roja está formada por tres cuartos de circunferencia de radio 10 cm. Por lanto, su longitud, *x*, será:

$$x = \frac{3}{4} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 10) = 47{,}1 \text{ cm}$$

35. Página 200

a) $A = \dfrac{\pi \cdot \left(\dfrac{12{,}4}{2}\right)^2}{2} = 60{,}35 \text{ cm}^2$

b) $a = \pi \cdot (50^2 - 20^2) = 6594 \text{ mm}^2$

c) $A_{\text{Sector mayor}} = \dfrac{\pi \cdot 10^2 \cdot 70}{360} = 61{,}06 \text{ cm}^2$ $\quad A_{\text{Sector menor}} = \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 70}{360} = 15{,}26 \text{ cm}^2$ $\quad A = 61{,}06 - 15{,}26 = 45{,}8 \text{ cm}^2$

36. Página 200

$$A = \frac{\pi \cdot 12^2}{8} = 56{,}52 \text{ cm}^2$$

37. Página 200

Hallamos primero la apotema, *a*, del hexágono, teniendo en cuenta que su radio es igual a su lado.

$$a = \sqrt{7{,}6^2 - \left(\frac{7{,}6}{2}\right)^2} = \sqrt{43{,}32} = 6{,}58 \text{ cm} \rightarrow A_{\text{Hexágono}} = \frac{6 \cdot 7{,}6 \cdot 6{,}58}{2} = 150{,}02 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Semicírculos}} = \frac{\pi \cdot \left(\dfrac{7{,}6}{2}\right)^2}{2} = 22{,}67 \text{ cm}^2$$

$$A = A_{\text{Hexágono}} - 3 \cdot A_{\text{Semicírculos}} = 150{,}02 - 3 \cdot 22{,}67 = 82{,}01 \text{ cm}^2$$

38. Página 201

a) $A = A_{\text{Triángulo 1}} + A_{\text{Triángulo 2}} + A_{\text{Trapecio}} = \dfrac{5 \cdot 7}{2} + \dfrac{7 \cdot 10}{2} + \dfrac{(15+12) \cdot 6}{2} = 133{,}5 \text{ m}^2$

b) El diámetro de los semicírculos es $\dfrac{15+7}{2} = 11 \text{ cm}$.

$$A = A_{\text{Rectángulo}} + A_{\text{Triángulo grande}} + A_{\text{Triángulo pequeño}} + 2 \cdot A_{\text{Semicírculo}} = 28 \cdot (15+7) + \frac{15 \cdot 12}{2} + \frac{5 \cdot 7}{2} + \left(\frac{11}{2}\right)^2 \cdot \pi = 818{,}49 \text{ cm}^2$$

39. Página 201

a) La apotema, *a*, del pentágono es: $a = \sqrt{13{,}85^2 + \left(\dfrac{16}{2}\right)^2} = \sqrt{127{,}82} = 11{,}31 \text{ cm}$.

$$A = A_{\text{Pentágono}} + 5 \cdot A_{\text{Rectángulo}} = \frac{5 \cdot 16 \cdot 11{,}31}{2} + 5 \cdot 16 \cdot 8 = 452{,}4 + 640 = 1092{,}4 \text{ m}^2$$

b) $A = A_{\text{Triángulo 1}} + A_{\text{Rectángulo}} + A_{\text{Triángulo 2}} = \dfrac{25 \cdot 13}{2} + (13+7) \cdot 35 + \dfrac{13 \cdot (13+7)}{2} = 162{,}5 + 700 + 130 = 992{,}5 \text{ cm}^2$

40. Página 202

Las medidas son las mismas.

a) 130º b) 20º c) 190º d) 250º

41. Página 202

a) $\frac{40}{2}=20^\circ$ b) $\frac{90}{2}=45^\circ$ c) $\frac{180}{2}=90^\circ$ d) $\frac{200}{2}=100^\circ$

42. Página 202

a) $\frac{90}{2}=45^\circ$ b) $\frac{120}{2}=60^\circ$ c) $\frac{160}{2}=80^\circ$ d) $\frac{240}{2}=120^\circ$

43. Página 202

La medida del ángulo central del hexágono (rojo) es $\frac{360}{6}=60^\circ$.

El ángulo verde está semiinscrito y su arco es el mismo que el de dos ángulos centrales; por tanto, su medida es $\frac{60\cdot 2}{2}=60^\circ$.

El ángulo morado está inscrito y su arco es el mismo que el de un ángulo central; por tanto, su medida es $\frac{60}{2}=30^\circ$.

44. Página 202

Los dos ángulos son iguales, porque abarcan el mismo arco y uno es semiinscrito y el otro es inscrito.

45. Página 203

a) $\frac{130+60}{2}=95^\circ$

b) $\frac{20+80}{2}=50^\circ$

c) $\frac{190+70}{2}=130^\circ$

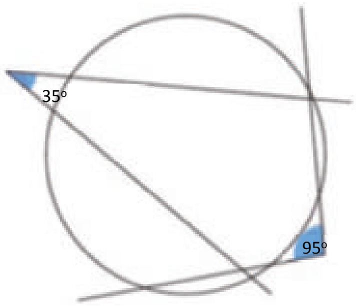
46. Página 203

a) $\frac{230-130}{2}=50^\circ$

b) $\frac{340-20}{2}=160^\circ$

c) $\frac{190-170}{2}=10^\circ$

47. Página 203



48. Página 203

$\hat{E}$ es un ángulo exterior, y $\hat{F}$ es un ángulo interior: $\hat{E} = \dfrac{135 - 56}{2} = 39{,}5^\circ$ $\qquad \hat{F} = \dfrac{135 + 56}{2} = 95{,}5^\circ$

ACTIVIDADES FINALES

49. Página 204

a) $a = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ cm

b) $a = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$ cm

c) $a = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$ cm

d) $a = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ cm

50. Página 204

a) $c = \sqrt{41^2 - 9^2} = \sqrt{1681 - 81} = \sqrt{1600} = 40$ cm

b) $c = \sqrt{37^2 - 35^2} = \sqrt{1369 - 1225} = \sqrt{144} = 12$ cm

c) $c = \sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{841 - 400} = \sqrt{441} = 21$ cm

d) $c = \sqrt{61^2 - 11^2} = \sqrt{3721 - 121} = \sqrt{3600} = 60$ cm

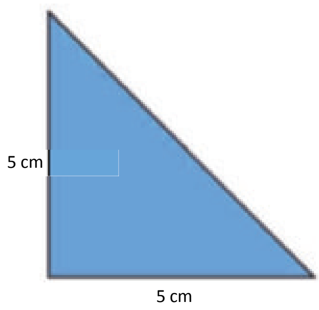
51. Página 204

Para calcular *c* necesitamos conocer la medida del cateto desconocido, *x*:

$x = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 5{,}2$ cm $\qquad c = \sqrt{5{,}2^2 + 11^2} = \sqrt{27 + 121} = \sqrt{148} = 12{,}17$ cm

52. Página 204

a)



b) Un triángulo no puede ser rectángulo y obtusángulo a la vez.

c) Por el teorema de Pitágoras, los tres lados de un triángulo rectángulo no pueden ser iguales.

54. Página 204

$a^2 = c^2 + c^2 = 2c^2$

a) $6^2 = 2c^2 \rightarrow c = \sqrt{\dfrac{36}{2}} = 4{,}24$ cm

b) $12^2 = 2c^2 \rightarrow c = \sqrt{\dfrac{144}{2}} = 8{,}49$ dm

c) $15^2 = 2c^2 \rightarrow c = \sqrt{\dfrac{225}{2}} = 10{,}61$ cm

55. Página 204

Sea *d* la distancia pedida, que es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 4 y 7 m.

$d = \sqrt{4^2 + 7^4} = \sqrt{65} = 8{,}06$ m nos hemos desplazado del punto inicial.

En el segundo desplazamiento aumenta el tamaño de los catetos 5 y 3 m, respectivamente.

$d = \sqrt{(4+5)^2 + (7+3)^2} = \sqrt{181} = 13{,}45$ m nos hemos desplazado del punto inicial.

56. Página 204

Sea *l* el lado del cuadrado.

$d^2 = l^2 + l^2 = 2l^2 \rightarrow 12^2 = 2l^2 \rightarrow l = \sqrt{\dfrac{144}{2}} = 8{,}49$ cm

57. Página 204

Sea *L* la longitud de la carretera.

$L = \sqrt{60^2 + 11^2} = \sqrt{3600 + 121} = \sqrt{3721} = 61$ m

58. Página 204

Sea *h* la altura de la rampa.

$h = \sqrt{85^2 - 77^2} = \sqrt{7225 - 5929} = \sqrt{1296} = 36$ m

60. Página 204

a) $h = \sqrt{10^2 + \left(\dfrac{10}{2}\right)^2} = \sqrt{125} = 11{,}18$ cm

b) $h = \sqrt{4^2 + \left(\dfrac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{20} = 4{,}47$ dm

c) $h = \sqrt{8^2 + \left(\dfrac{8}{2}\right)^2} = \sqrt{80} = 8{,}94$ m

61. Página 204

Triángulo verde: $x=\sqrt{7^2-2,5^2}=\sqrt{49-6,25}=\sqrt{42,75}=6,54$ cm

Triángulo azul: $x=\sqrt{5^2+1^2}=\sqrt{25+1}=\sqrt{26}=5,10$ cm

Triángulo naranja: $\frac{x}{2}=\sqrt{9^2-8^2}=\sqrt{81-64}=\sqrt{17}=4,12 \text{ cm}\rightarrow x=8,24$ cm

Triángulo amarillo: $x=\sqrt{9^2-4,5^2}=\sqrt{81-20,25}=\sqrt{60,75}=7,79$ cm

Triángulo rosa: $x^2=\left(\frac{x}{2}\right)^2+4^2\rightarrow x^2=\frac{x^2}{4}+16\rightarrow\frac{3x^2}{4}=16\rightarrow x=\sqrt{\frac{16\cdot 4}{3}}=\sqrt{21,\widehat{3}}=4,62$ cm

62. Página 204

Sea x el lado del triángulo: $P=3\cdot x=12\rightarrow x=4$ cm

La altura, h, del triángulo mide $h=\sqrt{4^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2}=\sqrt{12}=3,46$ cm.

63. Página 205

a) $10^2=6^2+8^2\rightarrow 100=36+64\rightarrow$ Sí

b) $8^2=7^2+6^2\rightarrow 64=49+36\rightarrow 64\neq 85\rightarrow$ No

c) $53^2=45^2+28^2\rightarrow 2809=2025+784\rightarrow 2809=2809\rightarrow$ Sí

d) $6^2=5^2+4^2\rightarrow 36=25+16\rightarrow 36\neq 41\rightarrow$ No

64. Página 205

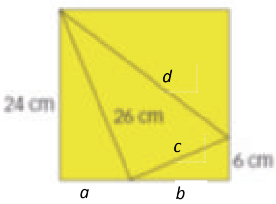
Cuadrado azul: $x=\sqrt{2,5^2+2,5^2}=\sqrt{6,25+6,25}=\sqrt{12,5}=3,54$ cm

Cuadrado naranja: $x=\sqrt{6,5^2-5,7^2}=\sqrt{42,25-32,49}=\sqrt{9,76}=3,12$ cm

Cuadrado morado: $x=\sqrt{7^2+1,5^2}=\sqrt{49+2,25}=\sqrt{51,25}=7,16$ cm

Cuadrado verde: $1,5^2=2x^2\rightarrow x=\sqrt{\frac{1,5^2}{2}}=\sqrt{\frac{2,25}{2}}=\sqrt{1,125}=1,06$ cm

65. Página 205



$a=\sqrt{26^2-24^2}=\sqrt{676-576}=\sqrt{100}=10$ cm

$b=24-a=24-10=14$ cm

$c=\sqrt{14^2+6^2}=\sqrt{196+36}=\sqrt{232}=15,23$ cm

$d=\sqrt{24^2+(24-6)^2}=\sqrt{576+224}=\sqrt{900}=300$ cm

$30^2=26^2+15,23^2\rightarrow 900\neq 676+232\rightarrow 900\neq 908\rightarrow$ No es rectángulo.

66. Página 205

Sean x e y las dos partes en que queda dividido el listón.

$x = \sqrt{37^2 - 12^2} = 35$ cm

$y = \sqrt{16^2 - 12^2} = 10{,}58$ cm

Por tanto, la longitud del listón es $L = 2 \cdot 16 + 2 \cdot 37 + 12 \cdot 2 + 35 + 10{,}58 = 175{,}58$ cm.

67. Página 205

$d = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 4{,}24$ cm

$D = \sqrt{d^2 + c^2} = \sqrt{4{,}24^2 + 3^2} = \sqrt{18+9} = \sqrt{27} = 5{,}20$ cm

68. Página 205

$$a = \sqrt{c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$$

a) $a = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - 6{,}25} = 4{,}33$ cm

b) $a = \sqrt{12^2 - \left(\frac{12}{2}\right)^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 10{,}39$ cm

c) $a = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{81 - 20{,}25} = 7{,}79$ cm

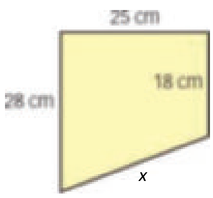
d) $a = \sqrt{15^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \sqrt{225 - 56{,}25} = 12{,}99$ cm

69. Página 205

a) $P = 25 + 18 + 28 + x$

$x = \sqrt{25^2 + 10^2} = 26{,}93$ cm

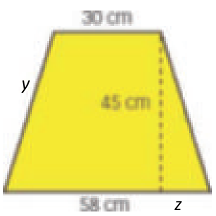
$P = 25 + 28 + 18 + 26{,}93 = 97{,}93$ cm



b) $P = 58 + 2 \cdot y + 30$

$z = \frac{58 - 30}{2} = 14$ cm $\quad y = \sqrt{45^2 + 14^2} = 47{,}13$ cm

$P = 58 + 2 \cdot 47{,}13 + 30 = 182{,}26$ cm

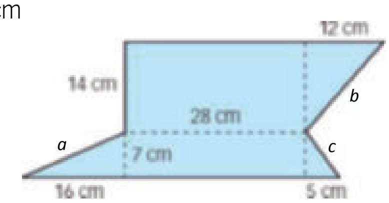


c) $P = a + 14 + 28 + 12 + b + c + 5 + 28 + 16$

$a = \sqrt{7^2 + 16^2} = 17{,}46$ cm $\qquad b = \sqrt{12^2 + 14^2} = 18{,}44$ cm

$c = \sqrt{5^2 + 7^2} = 8{,}60$ cm

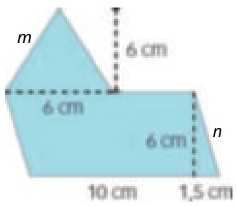
$P = 147{,}5$ cm



d) $P = 2m + 2n + 10 + 1{,}5 + 5{,}5$

$m = \sqrt{6^2 + 3^2} = 6{,}71$ cm $\qquad n = \sqrt{6^2 + 1{,}5^2} = 6{,}18$ cm

$P = 42{,}78$ cm



70. Página 205

Sea *x* la longitud de la línea diagonal de la "N" $\longrightarrow L_N = 2\cdot 20 + x$

$$x = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

$$L_N = 40 + 25 = 65 \text{ cm}$$

Sea *y* la longitud de cada una de las líneas de la "X" $\longrightarrow L_X = 2y$

$$y = \sqrt{12^2 + 20^2} = \sqrt{144 + 400} = \sqrt{544} = 23{,}32 \text{ cm}$$

$$L_X = 2\cdot 23{,}32 = 46{,}64 \text{ cm}$$

71. Página 205

a) $P = 4c = 16 \text{ cm} \to c = 4 \text{ cm} \to A = c^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$

b) $P = 2a + 2b = 60 \text{ cm} = 2a + 2\cdot 20 = 60 \to a = 10 \text{ cm} \to A = b\cdot a = 20\cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$

c) $$\left.\begin{array}{l} P = 3c = 4 \text{ cm} \to c = \dfrac{4}{3} = 1{,}\widehat{3} \text{ cm} \\ h = \sqrt{1{,}\widehat{3}^2 - 0{,}\widehat{6}^2} = \sqrt{1{,}\widehat{7} - 0{,}\widehat{4}} = 1{,}15 \text{ cm} \end{array}\right\} \to A = \frac{c\cdot h}{2} = 0{,}77 \text{ cm}^2$$

d) $b = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39} = 6{,}24 \text{ cm} \to A = \dfrac{a\cdot b}{2} = \dfrac{5\cdot 6{,}24}{2} = 15{,}6 \text{ cm}^2$

72. Página 205

$$d^2 = \sqrt{c^2 + c^2} = \sqrt{2c^2} \to d = \sqrt{2}c \to c = \frac{d}{\sqrt{2}} \to A = c^2 = \left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

73. Página 205

$$A = c^2 = 36 \text{ cm}^2 \to c = \sqrt{36} = 6 \text{ cm} \to P = 4\cdot 6 = 24 \text{ cm}$$

$$d^2 = \sqrt{c^2 + c^2} = \sqrt{2c^2} \to d = \sqrt{2}c = \sqrt{2}\cdot 6 = 8{,}49 \text{ cm}$$

74. Página 205

$$d^2 = \sqrt{c^2 + c^2} = \sqrt{2c^2} \to d = 10 \text{ cm} = \sqrt{2}c \to c = \frac{10}{\sqrt{2}} \to A = c^2 = \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}^2$$

75. Página 205

$$A = \frac{P\cdot a}{2} + \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{12\cdot 1{,}73}{2} + \frac{(4+2)\cdot 1{,}73}{2} = 15{,}57 \text{ cm}^2$$

76. Página 205

$$A = \frac{D\cdot d}{2} \to \frac{D\cdot 40}{2} = 840 \text{ cm}^2 \to D = 42 \text{ cm}$$

$$c = \sqrt{21^2 + 20^2} = \sqrt{441 + 400} = \sqrt{841} = 29 \text{ cm} \to P = 4c = 116 \text{ cm}$$

77. Página 205

$$\left.\begin{array}{l} P = 2a + 2b \\ b = 3a \end{array}\right\} \rightarrow 24\text{ cm} = 2a + 2\cdot 3a = 8a \rightarrow a = 3\text{ cm}$$

$$A = a\cdot b = 9\cdot 3 = 27\text{ cm}^2$$

78. Página 206

a) $A = \dfrac{10\cdot 12}{2} = 60\text{ cm}^2$

b) $A = \dfrac{18\cdot 15}{2} = 135\text{ cm}^2$

79. Página 206

a) $A = \dfrac{16\cdot 9}{2} = 72\text{ cm}^2$

$c = \sqrt{8^2 + 4{,}5^2} = \sqrt{64 + 20{,}25} = \sqrt{84{,}25} = 9{,}18\text{ cm}$

$P = 4c = 4\cdot 9{,}18 = 36{,}72\text{ cm}$

b) $P = 4c = 4\cdot 7{,}8 = 31{,}2\text{ cm}$

$d = 2\cdot\sqrt{7{,}8^2 - 6^2} = 2\cdot\sqrt{60{,}84 - 36} = 2\cdot\sqrt{24{,}84} = 2\cdot 4{,}98\text{ cm} = 9{,}96\text{ cm}$

$A = \dfrac{9{,}96\cdot 12}{2} = 59{,}76\text{ cm}^2$

80. Página 206

a) $A = 8\cdot 4 = 32\text{ cm}^2$

b) $h = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 4{,}47\text{ cm} \rightarrow A = 11\cdot 4{,}47 = 49{,}17\text{ cm}^2$

81. Página 206

a) $A = \dfrac{6\cdot 4}{2} = 12\text{ cm}^2$

b) $h = \sqrt{6^2 - 3{,}6^2} = \sqrt{23{,}04} = 4{,}8\text{ cm} \rightarrow A = \dfrac{7{,}8\cdot 4{,}8}{2} = 18{,}72\text{ cm}^2$

82. Página 206

$P = 3c = 75\text{ cm} \rightarrow c = 25\text{ cm}$

$h = \sqrt{25^2 - 12{,}5^2} = \sqrt{625 - 156{,}25} = \sqrt{468{,}75} = 21{,}65\text{ cm}$

$A = \dfrac{25\cdot 21{,}65}{2} = 270{,}63\text{ cm}^2$

83. Página 206

a) $h = \sqrt{10^2 - 3^2} = \sqrt{100 - 9} = \sqrt{91} = 9{,}54\text{ cm} \rightarrow A = \dfrac{6\cdot 9{,}54}{2} = 28{,}62\text{ cm}^2$

b) $A = \dfrac{9\cdot 9}{2} = 40{,}5\text{ cm}^2$

c) $\left.\begin{array}{l} P = 3c = 6\text{ dm} \rightarrow c = 2\text{ dm} \\ h = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3} = 1{,}73\text{ dm} \end{array}\right\} \rightarrow A = \dfrac{2\cdot 1{,}73}{2} = 1{,}73\text{ dm}^2$

84. Página 206

$$A=\frac{c\cdot c}{2}=\frac{c^2}{2}\rightarrow c=\sqrt{2A}$$

a) $c=\sqrt{2A}=\sqrt{2\cdot 200}=\sqrt{400}=20$ cm

b) $c=\sqrt{2A}=\sqrt{2\cdot 450}=\sqrt{900}=30$ dm

c) $c=\sqrt{2A}=\sqrt{2\cdot 317{,}52}=\sqrt{635{,}04}=25{,}2$ mm

85. Página 206

a) $A=\frac{b\cdot h}{2}\rightarrow b=\frac{2A}{h}=\frac{2\cdot 15{,}59}{5{,}2}=6\text{ cm}\rightarrow P=3\cdot 6=18$ cm

b) $\left.\begin{array}{l} A=\frac{c\cdot c}{2}\rightarrow c=\sqrt{2A}=\sqrt{2\cdot 12{,}5}=\sqrt{25}=5\text{ cm} \\ h=\sqrt{2}c=7{,}07\text{ cm}\end{array}\right\}\rightarrow P=5+5+7{,}07=17{,}07\text{ cm}^2$

c) $\left.\begin{array}{l} A=\frac{b\cdot h}{2}\rightarrow h=\sqrt{\frac{2A}{b}}=\sqrt{\frac{2\cdot 16}{8}}=2\text{ cm} \\ a=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=4{,}47\text{ cm}\end{array}\right\}\rightarrow P=8+4{,}47+4{,}47=16{,}94\text{ cm}$

d) $\left.\begin{array}{l} A=\frac{b\cdot h}{2}\rightarrow b=\sqrt{\frac{2A}{h}}=\sqrt{\frac{2\cdot 31{,}5}{7}}=3\text{ cm} \\ a=\sqrt{7^2+1{,}5^2}=\sqrt{49+2{,}25}=\sqrt{51{,}25}=7{,}16\text{ cm}\end{array}\right\}\rightarrow P=7{,}16+7{,}16+3=17{,}32\text{ cm}$

86. Página 206

a) $A=\frac{(32+29)\cdot 10}{2}=305\text{ cm}^2$

b) $B=a+b+3$

$b=\sqrt{9^2-5^2}=\sqrt{81-25}=\sqrt{56}=7{,}48$ cm

$a=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{49-25}=\sqrt{24}=4{,}90$ cm

$A=\frac{(4{,}90+7{,}48+3+7{,}48)\cdot 5}{2}=57{,}15\text{ cm}^2$

c) $h=\sqrt{9^2-7^2}=\sqrt{81-49}=\sqrt{32}=5{,}66$ cm

$A=\frac{(15+8)\cdot 5{,}66}{2}=65{,}09\text{ cm}^2$

d) $h=\sqrt{38^2-32^2}=\sqrt{1444-1024}=\sqrt{420}=20{,}49$ dm

$A=\frac{(61+32)\cdot 20{,}49}{2}=952{,}79\text{ dm}^2$

88. Página 206

$a=\frac{B-b}{2}=\frac{16-8}{2}=4$ cm $\qquad h=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{25-16}=\sqrt{9}=3$ cm

$A=\frac{(16+8)\cdot 3}{2}=36\text{ cm}^2$

89. Página 206

$a = 10 - 8{,}4 = 1{,}6$ cm $\qquad h = \sqrt{4{,}3^2 - 1{,}6^2} = \sqrt{18{,}49 - 2{,}56} = \sqrt{15{,}93} = 3{,}99$ cm

$$A = \frac{(10 + 8{,}4) \cdot 3{,}99}{2} = 36{,}71 \text{ cm}^2$$

90. Página 207

a) Sea a la apotema del hexágono.

$$a = \sqrt{14^2 - 7^2} = \sqrt{196 - 49} = \sqrt{147} = 12{,}12 \text{ m}$$

Uniendo todos los triángulos: $A = 2A_{\text{Hexágono}} = 2 \cdot \frac{P \cdot a}{2} = 2 \cdot \frac{14 \cdot 6 \cdot 12{,}12}{2} = 1018{,}08 \text{ m}^2$

b) $A = \frac{9 \cdot 14}{2} + \frac{9 \cdot 4}{2} = 81 \text{ m}^2$

91. Página 207

Número de lados	Suma de ángulos	Ángulo interior	Ángulo central
3	$180 \cdot (3-2) = 180°$	$\frac{180 \cdot (3-2)}{3} = 60°$	$\frac{360}{3} = 120°$
4	$180 \cdot (4-2) = 360°$	$\frac{180 \cdot (4-2)}{4} = 90°$	$\frac{360}{4} = 90°$
5	$180 \cdot (5-2) = 540°$	$\frac{180 \cdot (5-2)}{5} = 108°$	$\frac{360}{5} = 72°$
6	$180 \cdot (6-2) = 720°$	$\frac{180 \cdot (6-2)}{6} = 120°$	$\frac{360}{6} = 60°$
7	$180 \cdot (7-2) = 900°$	$\frac{180 \cdot (7-2)}{7} = 128{,}57°$	$\frac{360}{7} = 51{,}43°$
8	$180 \cdot (8-2) = 1080°$	$\frac{180 \cdot (8-2)}{8} = 135°$	$\frac{360}{8} = 45°$
9	$180 \cdot (9-2) = 1260°$	$\frac{180 \cdot (9-2)}{9} = 140°$	$\frac{360}{9} = 40°$
10	$180 \cdot (10-2) = 1440°$	$\frac{180 \cdot (10-2)}{10} = 144°$	$\frac{360}{10} = 36°$

92. Página 207

Ángulo central $= \frac{360}{20} = 18°$ $\qquad$ Ángulo interior $= \frac{180 \cdot (20 - 2)}{20} = 162°$

93. Página 207

Ángulo central $= \frac{360}{12} = 30°$ $\qquad$ Ángulo interior $= \frac{180 \cdot (12 - 2)}{12} = 150°$

94. Página 207

a) Ángulo central $= \frac{360}{n} = 14{,}4° \rightarrow n = \frac{360}{14{,}4} = 25$ lados

b) Suma ángulos interiores $= 180 \cdot (n - 2) = 4680 \rightarrow n = \frac{4680}{180} + 2 = 28$ lados

95. Página 207

a) $d = 2r = 8$ cm $\qquad L = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 4 = 25{,}12$ cm

b) $L = 2\pi r = 56{,}52 \rightarrow r = \dfrac{56{,}52}{2\pi} = 9$ cm $\qquad d = 2r = 18$ cm

96. Página 207

$r = 5 \text{ cm} \rightarrow L = 10\pi \dfrac{n^\circ}{360^\circ}$

a) $L = 10 \cdot \pi \cdot \dfrac{30}{360} = 2{,}62$ cm

b) $L = 10 \cdot \pi \cdot \dfrac{45}{360} = 3{,}93$ cm

c) $L = 10 \cdot \pi \cdot \dfrac{100}{360} = 8{,}72$ cm

d) $L = 10 \cdot \pi 3 \dfrac{150}{360} = 13{,}08$ cm

97. Página 207

a) $L = \dfrac{2\pi r}{2} = 37{,}68 \text{ cm} \rightarrow r = \dfrac{2 \cdot 37{,}68}{2\pi} = 12$ cm

b) $L = \dfrac{2\pi r}{4} = 15{,}7 \text{ cm} \rightarrow r = \dfrac{4 \cdot 15{,}7}{2\pi} = 10$ cm

c) $L = \dfrac{2\pi r}{3} = 6{,}28 \text{ cm} \rightarrow r = \dfrac{3 \cdot 6{,}28}{2\pi} = 3$ cm

d) $L = \dfrac{3}{4} \cdot 2\pi r = 18{,}84 \text{ cm} \rightarrow r = \dfrac{4 \cdot 18{,}84}{3 \cdot 2\pi} = 4$ cm

98. Página 207

a) $L = 2\pi r = 69{,}08 \text{ cm} \rightarrow r = \dfrac{69{,}08}{2\pi} = 11 \text{ cm} \rightarrow d = 2 \cdot 11 = 22$ cm

b) $L = 2\pi r \dfrac{80}{360} = 6{,}98 \text{ cm} \rightarrow r = \dfrac{360 \cdot 6{,}98}{2\pi \cdot 80} = 5 \text{ cm} \rightarrow d = 2 \cdot 5 = 10$ cm

c) $L = 2\pi r \dfrac{120}{360} = 16{,}75 \text{ cm} \rightarrow r = \dfrac{3 \cdot 16{,}75}{2\pi} = 8 \text{ cm} \rightarrow d = 2 \cdot 8 = 16$ cm

99. Página 207

Primera figura:

$r = 8$ m $\quad R = 8 \cdot 5 = 40$ m $\qquad L = 40\pi + 5 \cdot 8\pi = 251{,}2$ m

Segunda figura:

$r_1 = 2$ m $\quad r_2 = 4$ m $\quad r_3 = 5$ m $\qquad R = 2 + 4 + 5 = 11$ m $\qquad L = 11\pi + 2\pi + 4\pi + 5\pi = 69{,}08$ m

100. Página 207

En un hexágono regular, el radio coincide con el lado.

$P = 6 + \dfrac{2\pi \cdot 6}{6} = 12{,}28$ cm

Calculamos la apotema del hexágono:

$a = \sqrt{6^2 - \left(\dfrac{6}{2}\right)^2} = \sqrt{27} = 5{,}2 \text{ cm} \rightarrow A = \dfrac{\pi 6^2}{6} - \dfrac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 3{,}24 \text{ cm}^2$

101. Página 207

a) $r = 5\text{ cm} \rightarrow A = \pi 5^2 = 78{,}5\text{ cm}^2$

b) $d = 12\text{ cm} \rightarrow r = 6\text{ cm} \rightarrow A = \pi 6^2 = 113{,}04\text{ cm}^2$

102. Página 207

$$A = \pi r^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{153{,}86}{\pi}} = 7\text{ cm} \rightarrow d = 14\text{ cm}$$

103. Página 207

$$L = 2\pi r = 75{,}36 \rightarrow r = \frac{75{,}36}{2\pi} = 12\text{ cm} \rightarrow A = \pi \cdot 12^2 = 452{,}16\text{ cm}^2$$

104. Página 207

a) $A_{75^\circ} = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{75}{360} = 16{,}35\text{ cm}^2$

b) $A_{220^\circ} = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{220}{360} = 47{,}97\text{ cm}^2$

105. Página 207

a) $36 = 2\pi r \frac{40}{360} \rightarrow r = 51{,}59\text{ mm} \rightarrow A = \pi \cdot 51{,}59^2 = 8\,357{,}20\text{ mm}^2$

b) $8{,}65 = 2\pi r \frac{310}{360} \rightarrow r = 1{,}6\text{ dm} \rightarrow A = \pi \cdot 1{,}6^2 = 8{,}04\text{ dm}^2$

106. Página 207

a) $A = 8\,357{,}20 \cdot \frac{40}{360} = 928{,}58\text{ mm}^2$

b) $A = 8{,}04 \cdot \frac{310}{360} = 6{,}92\text{ dm}^2$

107. Página 207

a) $A = \pi \cdot (8^2 - 6^2) = \pi \cdot (64 - 36) = \pi \cdot 28 = 87{,}92\text{ cm}^2$

b) $A = \pi \cdot (5^2 - 2^2) = \pi \cdot 21 = 65{,}94\text{ cm}^2$

c) $\left.\begin{array}{l} R + r = 33\text{ cm} \\ R - r = 3\text{ cm} \end{array}\right\} \rightarrow R = 18\text{ cm},\ r = 15\text{ cm}$ $\quad A = \pi \cdot (18^2 - 15^2) = \pi \cdot 99 = 310{,}86\text{ cm}^2$

108. Página 208

a) $A = \pi \cdot (23^2 - 8^2)\frac{78}{360} = 316{,}36\text{ m}^2$

b) $A = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} - \pi \cdot 2{,}5^2 = 19{,}63\text{ m}^2$

c) $A = 10^2 - \pi \cdot 5^2 = 21{,}5\text{ cm}^2$

d) $A = 20 \cdot 10 - 2 \cdot \pi \cdot 5^2 = 43\text{ m}^2$

e) $a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 3{,}46\text{ m} \rightarrow A = \frac{24 \cdot 3{,}46}{2} - \pi \cdot 3{,}46^2 = 3{,}93\text{ m}^2$

f) $A = 10^2 - \pi \cdot 5^2 = 100 - 78{,}5 = 21{,}5\text{ m}^2$

g) $r = \frac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{2} = 7{,}07\text{ cm} \rightarrow A = \pi \cdot 7{,}07^2 - 10^2 = 56{,}95\text{ cm}^2$

h) $A = \pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 1^2 = 6\pi = 18{,}84\text{ m}^2$

109. Página 208

a) $\frac{AB}{2} = \frac{180}{2} = 90^{\circ}$

b) $\frac{AB}{2} = \frac{300}{2} = 150^{\circ}$

c) $\frac{AB + CD}{2} = \frac{180 + 90}{2} = 135^{\circ}$

d) $\frac{AB - BA}{2} = \frac{270 - 90}{2} = 90^{\circ}$

e) $\frac{AB - CD}{2} = \frac{135 - 45}{2} = 45^{\circ}$

f) $\frac{AB}{2} = \frac{120}{2} = 60^{\circ}$

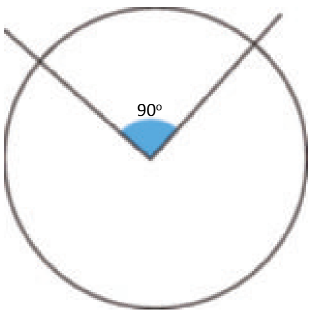
110. Página 208

a) $\frac{AB - CD}{2} = \frac{75 - 25}{2} = 25^{\circ}$

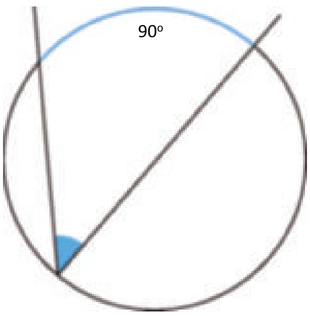
b) $\frac{AB + CD}{2} = \frac{65 + 115}{2} = 90^{\circ}$

111. Página 208

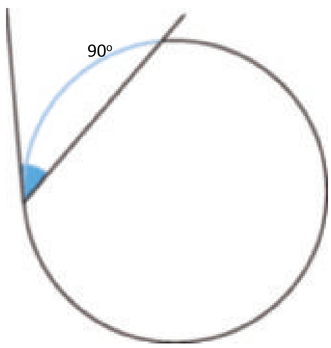
a) $AB = 90^{\circ}$



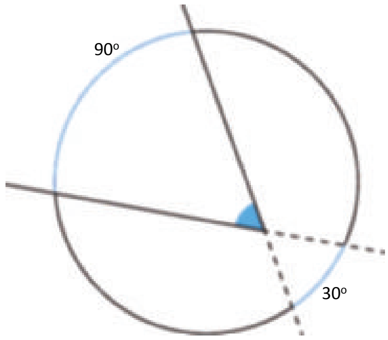
b) $\frac{AB}{2} = \frac{90^{\circ}}{2} = 45^{\circ}$



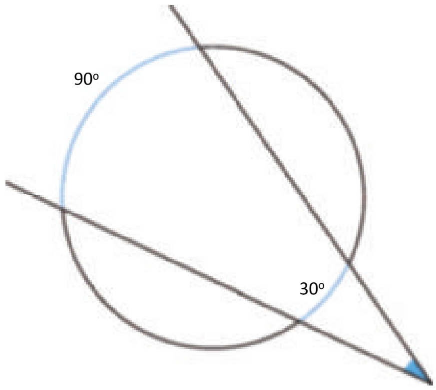
c) $\frac{AB}{2} = \frac{90}{2} = 45^{\circ}$



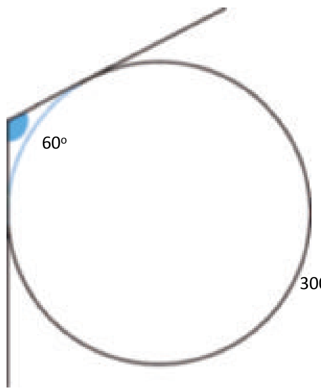
d) $\frac{AB + CD}{2} = \frac{90 + 30}{2} = 60^{\circ}$



e) $\frac{AB - CD}{2} = \frac{90 - 30}{2} = 30^{\circ}$



f) $\frac{AB - BA}{2} = \frac{300 - 60}{2} = 120^{\circ}$



112. Página 208

Sea x la longitud pedida. $x=\sqrt{17^2+10^2}=\sqrt{289+100}=19{,}72\text{ m}$

113. Página 208

Sea x la longitud de la escalera. $x=\sqrt{1{,}5^2+4^2}=\sqrt{2{,}25+16}=4{,}27\text{ m}$

114. Página 208

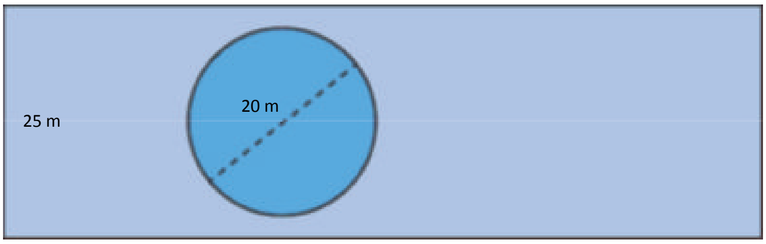
Sea x el largo e y el ancho.

$x=\sqrt{120^2+60^2}=\sqrt{14\,400+3600}=134{,}16\text{ cm}$ $y=\sqrt{60^2+40^2}=\sqrt{3600+1600}=72{,}11\text{ cm}$

Si el largo es de 134,16 cm entonces el ancho solo podrá ser de 60 cm, mientras que si el ancho es de 72,11 cm el alto solo podrá ser de 120 cm.

115. Página 208

a)



b) $A_{\text{Parcela}}=25\cdot 81=2025\text{ m}^2$

c) $A_{\text{Piscina}}=\pi\cdot 10^2=314\text{ m}^2$

d) $A_{\text{Jardín}}=A_{\text{Parcela}}-A_{\text{Piscina}}=2025-314=1711\text{ m}^2$ $\rightarrow$ Gloria necesitará $\frac{1711}{5}=342{,}2\text{ sacos}$.

116. Página 208

El contorno de la columna mide $L=\pi d=40\cdot\pi=125{,}6\text{ cm}$.

Por tanto, se podrán dar $\frac{900}{125{,}6}=7{,}16\approx 7\text{ vueltas}$.

117. Página 209

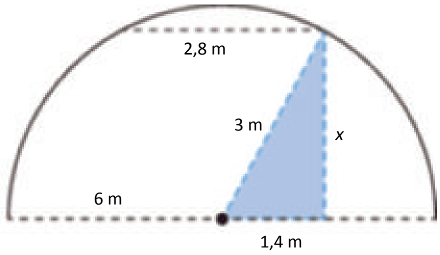
La distancia, s, que recorre cada tren es $s=v\cdot t$.

El primer tren ha recorrido $s_1=v_1\cdot t=90\cdot 1{,}5=135\text{ km}$.

El segundo tren ha recorrido $s_2=v_2\cdot t=110\cdot 1{,}5=165\text{ km}$.

Por tanto, los trenes se encuentran a $x=\sqrt{d_1^2+d_2^2}=\sqrt{135^2+165^2}=\sqrt{18225+27225}=213{,}19\text{ km}$ de distancia.

118. Página 209



$$x=\sqrt{3^2-1{,}4^2}=\sqrt{9-1{,}96}=2{,}65\text{ m}$$

119. Página 209

$A=c^2=256\text{ cm}^2\to c=\sqrt{256}=16\text{ cm}=r$ de la circunferencia mayor.

$$L=L_1+L_2=\frac{2\pi r}{4}+\frac{2\pi\cdot\left(\frac{r}{2}\right)}{2}=\pi\cdot r=16\cdot\pi=50{,}24\text{ cm}^2$$

120. Página 209

$$A_{\text{Círculo grande}}=\pi\cdot r^2 \qquad A_{\text{Círculo pequeño}}=\pi\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^2=\frac{\pi\cdot r^2}{4}$$

El área del pétalo que forma la intersección de dos círculos pequeños son dos sectores circulares de 90º a los que se les ha quitado el triángulo interior:

$$A_{\text{Pétalo}}=2\cdot\left(\frac{\pi\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^2}{4}-\frac{\frac{r}{2}\cdot\frac{r}{2}}{2}\right)=\frac{\pi\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^2}{2}-\left(\frac{r}{2}\right)^2=\frac{r^2}{4}\cdot\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

El área total del vidrio morado es 400 cm², por tanto:

$$A_{\text{Morado}}=A_{\text{Círculo grande}}-4A_{\text{Círculo pequeño}}+4A_{\text{Pétalo}}$$

$$400=\pi\cdot r^2-4\cdot\frac{\pi\cdot r^2}{4}+4\cdot\frac{r^2}{4}\cdot\left(\frac{\pi}{2}-1\right)=r^2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)\to r=\sqrt{\frac{800}{\pi-2}}=26{,}49\text{ cm}$$

Así, la superficie de vidrio amarillo es $A_{\text{Amarillo}}=\pi\cdot 26{,}49^2-400=1803{,}4\text{ cm}^2$

DEBES SABER HACER

1. Página 209

a) $h=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{25+16}=\sqrt{41}=6{,}4\text{ cm}$

b) $h=\sqrt{0{,}8^2+1{,}8^2}=\sqrt{0{,}64+3{,}24}=\sqrt{3{,}88}=1{,}97\text{ dm}$

2. Página 209

$$d^2=c^2+c^2=2c^2\to d=\sqrt{2}c\to c=\frac{48}{\sqrt{2}}=33{,}94\text{ cm}$$

3. Página 209

$$a=\sqrt{7^2-3{,}5^2}=\sqrt{49-12{,}25}=\sqrt{36{,}75}=6{,}06\text{ cm}$$

4. Página 209

$$A = 2\cdot 4\cdot 9 + 8\cdot 6 + 11\cdot 8 = 72 + 48 + 88 = 208\ \text{cm}^2$$

5. Página 209

a) $A = 6\cdot 7 = 42\ \text{cm}^2$

b) $h = \sqrt{\left(\sqrt{242}\right)^2 - (25-14)^2} = \sqrt{242-121} = \sqrt{121} = 11\ \text{cm} \rightarrow A = \dfrac{(25+14)\cdot 11}{2} = 214{,}5\ \text{cm}^2$

c) $h = \sqrt{6^2 - 3{,}6^2} = \sqrt{36-12{,}96} = \sqrt{23{,}04} = 4{,}8\ \text{cm} \rightarrow A = \dfrac{7{,}9\cdot 4{,}8}{2} = 18{,}96\ \text{cm}^2$

d) $h = \sqrt{5^2 - \left(\dfrac{12-8}{2}\right)^2} = \sqrt{25-4} = \sqrt{21} = 4{,}58\ \text{cm} \rightarrow A = \dfrac{12+8}{2}\cdot 4{,}58 = 45{,}8\ \text{cm}^2$

6. Página 209

a) $180\cdot(n-2) = 180\cdot\ (7-2) = 900^\circ$

b) $\dfrac{180\cdot(n-2)}{n} = \dfrac{900}{7} = 128{,}57^\circ$

c) $\dfrac{360}{n} = 51{,}43^\circ$

7. Página 209

a) $5\cdot\dfrac{360}{6} = 300^\circ$

b) $\dfrac{3\cdot\dfrac{360}{8}}{2} = 67{,}5^\circ$

c) $\dfrac{\dfrac{360}{8} + 3\cdot\dfrac{360}{8}}{2} = 90^\circ$

d) $\dfrac{4\cdot\dfrac{360}{6} - 2\cdot\dfrac{360}{6}}{2} = 60^\circ$

8. Página 209

$$L = 2\pi r\cdot\frac{n}{360^\circ} = 2\pi\cdot\frac{6{,}4}{2}\cdot\frac{45}{360} = 2{,}51\ \text{cm}$$

9. Página 209

El área coloreada de la primera figura es la suma de tres semicírculos de diámetro 5, 4 y 3 cm.

$$A = \frac{1}{2}\pi\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\cdot\left(\frac{4}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2 = 3{,}53 + 6{,}28 + 9{,}81 = 19{,}62\ \text{cm}^2$$

El área coloreada de la segunda figura es la mitad de la corona exterior más la mitad del círculo interior, que en total es el área del semicírculo más grande: $A = \dfrac{1}{2}\pi\cdot 36^2 = 2034{,}72\ \text{m}^2$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

121. Página 210

a) El área que se afeita con dos pasadas será de 800 cm^2.

$1\text{ m}^2 = 10\,000\text{ cm}^2 \rightarrow \frac{10\,000}{800} = 12{,}5$ usos podrá darle a la cuchilla, es decir, 12 afeitados completos.

b) La zona que se afeita de cada mejilla mide $A = \frac{7 \cdot 5}{2} = 17{,}5\text{ cm}^2$. Es decir, la zona que se afeita mide 35 cm^2. Así, podrá usar una misma cuchilla para $\frac{10\,000}{70} = 142{,}86$ afeitados, es decir, 142 afeitados completos.

c) La superficie afeitada en cada afeitado será $680 + 400 = 1\,080$ cm^2. Por tanto, podrá usar una misma cuchilla para $\frac{10\,000}{2160} = 4{,}63$ veces, es decir, 4 afeitados completos.

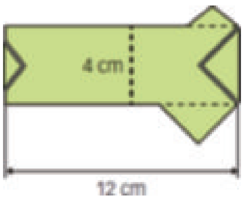
FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

122. Página 210

a) El semicírculo de la izquierda se corresponde con el hueco de abajo a la derecha, y el de la izquierda con el hueco de arriba a la izquierda.

El rectángulo resultante tiene un lado de 4 cm y el otro de $12 - 2 - 1{,}5 = 8{,}5$ cm $\longrightarrow$ $A = 4 \cdot 8{,}5 = 34\text{ cm}^2$

b) $A = 4 \cdot 12 = 48\text{ cm}^2$



123. Página 210

Se forma un paralelogramo.

El teorema de Varignon dice que esta propiedad se cumple siempre, es decir, que al unir los puntos medios consecutivos de un cuadrilátero se obtiene un paralelogramo, conocido como el paralelogramo de Varignon. Además, este teorema también enuncia que el área de ese paralelogramo es la mitad de la del cuadrilátero original.

124. Página 210

a) Los triángulos *ABC* y *AED* están en posición de Tales, por lo que son semejantes.

$\frac{\overline{BE}}{x} = \frac{10}{b} \rightarrow \overline{BE} = \frac{10x}{b}$ $\qquad$ $\frac{12}{\overline{DE}} = \frac{b}{b-x} \rightarrow \overline{DE} = \frac{12 \cdot (b-x)}{b}$

b) $\overline{DE} = \overline{BE} + \overline{CD} \rightarrow \frac{12 \cdot (b-x)}{b} = \frac{10x}{b} + x$ $\qquad$ $\frac{\overline{CD}}{\overline{DE}} = \frac{5}{11} \rightarrow \frac{x}{b} = \frac{5}{11}$

Resolvemos el sistema resultante: $\left.\begin{array}{c} \frac{12 \cdot (b-x)}{b} = \frac{10x}{b} + x \\ \frac{x}{b} = \frac{5}{11} \end{array}\right\} \rightarrow x = 2\text{ cm},\ b = \frac{22}{5} = 4{,}4\text{ cm}$

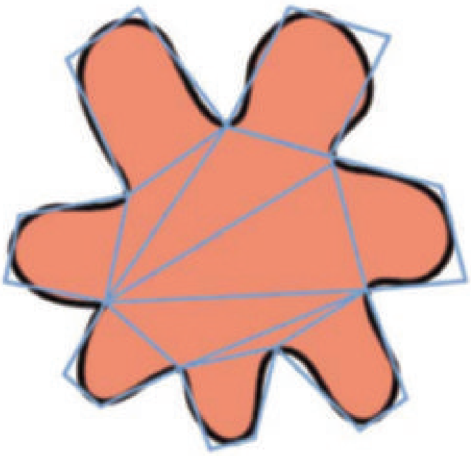
PRUEBAS PISA

125. Página 211

a) La figura *B*.

b) Respuesta abierta. Por ejemplo:

El cálculo sería aproximado. Podemos unir el principio de cada brazo para formar un polígono, y en cada lado de ese polígono construir un trapecio que aproxime cada brazo. El área aproximada de la figura sería la suma de las áreas del polígono interior (que calcularíamos descomponiéndolo en triángulos) más la de los trapecios.



c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

El cálculo sería aproximado. Partiendo del método del apartado anterior, el perímetro aproximado sería la suma de los lados de los trapecios que no forman parte del polígono interior.

126. Página 211

El área de la pizza más pequeña es $\pi \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 706{,}5 \text{ cm}^2$. Por tanto, cuesta $\frac{30}{706{,}5} = 0{,}04$ € por cm².

El área de la pizza más grande es $\pi \cdot \left(\frac{40}{2}\right)^2 = 1256 \text{ cm}^2$. Por tanto, cuesta $\frac{40}{1256} = 0{,}03$ € por cm².

Así, la pizza grande tiene mejor precio.

127. Página 211

El área del terreno es $A = 100 \cdot 50 = 5000 \text{ m}^2$.

Si consideramos que en cada metro cuadrado caben 4 personas $\rightarrow N_{\text{Personas}} = 5000 \cdot 4 = 20000$ personas.

La mejor aproximación será la c).