

Cuerpos geométricos. Áreas

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 212

- a) Las rectas son secantes y se cortan en el vértice del ángulo.
- b) Las rectas son paralelas.
- c) Las rectas son secantes y se cortan en el cruce.

2. Página 212

La recta roja es paralela a la recta verde y secante con las demás.

La recta verde es paralela a la recta roja y secante con las demás.

La recta morada es paralela a la recta amarilla y secante con las demás.

La recta amarilla es paralela a la recta morada y secante con las demás.

La recta rosa es secante con el resto de las rectas.

3. Página 212

La hipotenusa sería el lado más largo. Por tanto: $25^2 = 625 = a^2 \neq b^2 + c^2 = 7^2 + 9^2 = 130 \rightarrow$ No es un triángulo rectángulo.

4. Página 212

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 8^2 = 5^2 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39} = 6,24 \text{ dm}$$

VIDA COTIDIANA

EL ASTROLABIO ESFÉRICO. Página 213

El ecuador medía, según Eratóstenes, $252000 \cdot 158 = 39816000 \text{ m} = 39816 \text{ km}$.

$$L = 2\pi r = 39816 \rightarrow r = \frac{39816}{2\pi} = 6340,13 \text{ km} \text{ mediría el radio.}$$

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 214

Hay infinitas rectas que pasan por un punto en el espacio.

Hay infinitos planos que contienen a una recta en el espacio.

RETO 2. Página 216

En ninguno porque las diagonales unen vértices que no están en la misma arista.

ACTIVIDADES

1. Página 214

Respuestas abiertas. Por ejemplo:

- El suelo y el techo.
- El suelo y el techo con las paredes.
- Las intersecciones de cada pared con el techo y el suelo, y las de cada pared con su pared contigua.
- Las intersecciones de cada pared con el suelo y las del resto de las paredes con el techo, y viceversa.
- Las intersecciones de cada dos paredes y el suelo y el techo.
- Cada una de las intersecciones de cada pared con el suelo, el techo y sus paredes contiguas.

2. Página 214

Hay 10 planos (8 laterales y las dos bases) y 24 aristas en total (18 de las bases y 8 laterales).

Los planos pueden ser paralelos o secantes. Son paralelas las bases y las caras laterales enfrentadas, el resto de planos son secantes.

Las rectas pueden cruzarse, ser paralelas o secantes. Son paralelas las aristas laterales entre sí, y las básicas opuestas. Son secantes las que se concurren en el mismo vértice. Y en el resto de casos se cruzan.

3. Página 214

- Sí, dos rectas secantes siempre están contenidas en el mismo plano, el plano determinado por la dirección de cada una de las rectas y el punto de intersección.
- Cuando sea perpendicular a cualquier recta contenida en el plano.

4. Página 215

- a) $C = 7$ $V = 10$ $A = 15$ b) $C = 7$ $V = 10$ $A = 15$

5. Página 215

- a) Cóncavo. b) Convexo.

Los dos cumplen la fórmula de Euler: $C + V = A + 2 \rightarrow 7 + 10 = 15 + 2 \rightarrow 17 = 17$

6. Página 215

El poliedro más pequeño es el tetraedro, con 4 caras, 4 vértices y 6 aristas.

7. Página 216

- El tetraedro, el octaedro y el icosaedro tienen como caras triángulos equiláteros. No hay ningún poliedro regular que tenga como caras hexágonos regulares.
- 5 aristas.

8. Página 216

Tetraedro: $C = 4, V = 4, A = 6 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 4 + 4 = 6 + 2 \rightarrow 8 = 8$

Cubo: $C = 6, V = 8, A = 12 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 6 + 8 = 12 + 2 \rightarrow 14 = 14$

Ortoedro: $C = 8, V = 6, A = 12 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 8 + 6 = 12 + 2 \rightarrow 14 = 14$

Dodecaedro: $C = 12, V = 20, A = 30 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 12 + 20 = 30 + 2 \rightarrow 32 = 32$

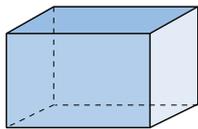
Icosaedro: $C = 20, V = 12, A = 30 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 20 + 12 = 30 + 2 \rightarrow 32 = 32$

9. Página 216

- a) No es regular ya que, aunque todas sus caras son polígonos regulares, en cada vértice no confluyen el mismo número de aristas.
- b) No es regular ya que, aunque en cada vértice confluyen el mismo número de aristas, sus caras no son polígono regulares.

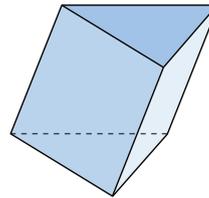
10. Página 217

a)



$C = 6 \quad V = 8 \quad A = 12$

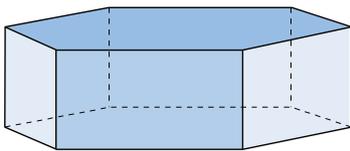
b)



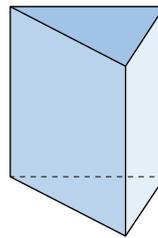
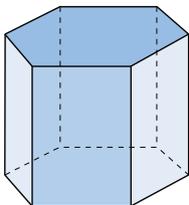
$C = 5 \quad V = 6 \quad A = 9$

11. Página 217

Prisma regular:



Prisma irregular:

**12. Página 217**

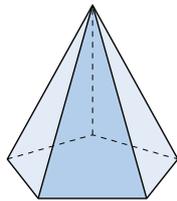
$C = 8 \quad V = 12 \quad A = 18$

13. Página 217

Sea n el número de lados de la base $\rightarrow A = 2 \cdot n + n = 15 \rightarrow n = \frac{15}{3} = 5 \rightarrow$ Es un pentágono.

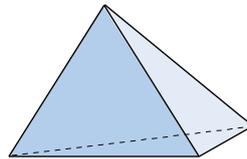
14. Página 218

Pirámide regular de base pentagonal:



$C = 6$ $V = 6$ $A = 10$

Pirámide irregular de base triangular:



$C = 4$ $V = 4$ $A = 6$

15. Página 218

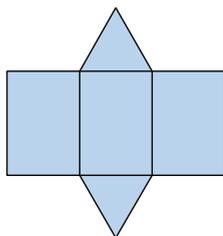
Las pirámides tienen el mismo número de vértices que tiene la base más uno \rightarrow La base tiene 6 lados.

16. Página 218

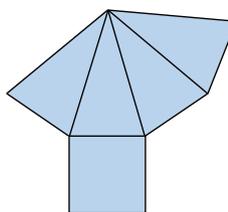
Sea n el número de lados de la base de la pirámide $\rightarrow A = n + n = 10 \rightarrow n = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow$ Tiene 6 vértices.

17. Página 219

Prisma triangular:

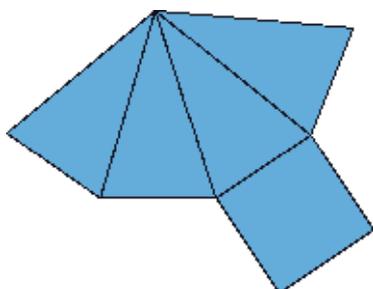


Pirámide cuadrangular regular:

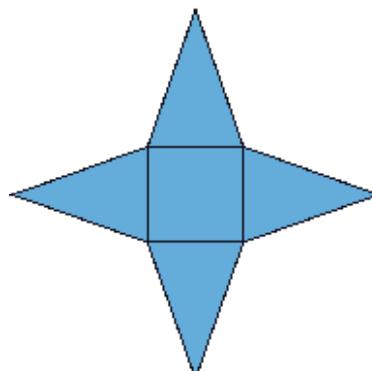


18. Página 219

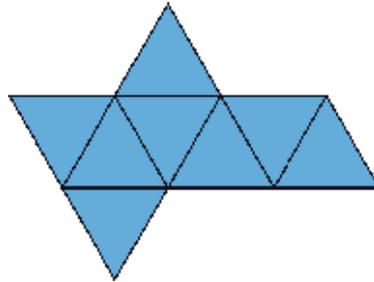
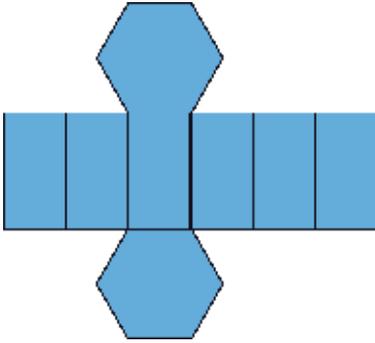
a) Falta un triángulo.



b) Los cuadrados de arriba y abajo deberían ser triángulos como los otros.

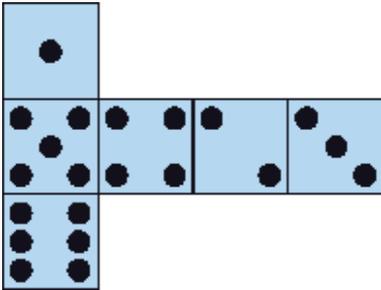


- c) Todos los rectángulos deberían ser iguales, con el lado pequeño igual al lado del hexágono. d) Falta un triángulo para completar el octaedro regular.

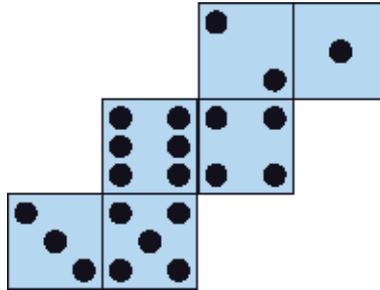


19. Página 219

a)

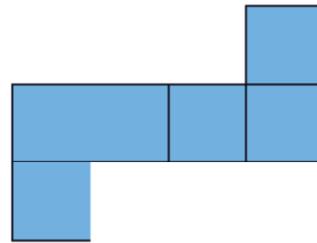
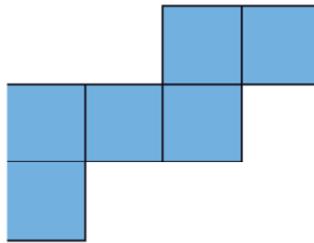
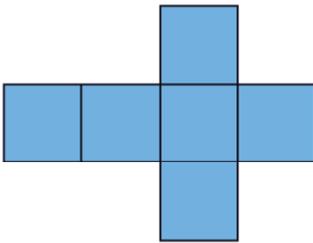


b)



20. Página 219

Los desarrollos planos a) y c) no pertenecen al cubo.



21. Página 220

El área de un cubo es 6 veces el área de una cara, es decir, $A_{\text{Cubo}} = 6 \cdot l^2$.

22. Página 220

$$A = A_B + 4 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = l^2 + 4 \cdot \frac{l \cdot a}{2} = l \cdot (l + 2 \cdot a)$$

23. Página 220

$$A = 2 \cdot A_B + 6 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 2 \cdot 6 \cdot \frac{l \cdot a'}{2} + 6 \cdot l \cdot h = 6 \cdot l \cdot (a' + h)$$

24. Página 220

$$A = 4 \cdot A_{\text{cara}} = 4 \cdot \frac{l \cdot a}{2} = 2 \cdot l \cdot a$$

25. Página 221

$$A = 6 \cdot A_{\text{cara}} = 6 \cdot 10^2 = 600 \text{ cm}^2$$

26. Página 221

a) $a' = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,93 \text{ cm}$

$$A = 2 \cdot A_B + 6 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 2 \cdot \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,93}{2} + 6 \cdot 8 \cdot 12 = 332,64 + 576 = 908,64 \text{ cm}^2$$

b) $A = 2 \cdot A_B + 2 \cdot A_{\text{Cara lateral 1}} + 2 \cdot A_{\text{Cara lateral 2}} = 2 \cdot 12 \cdot 15 + 2 \cdot 12 \cdot 8 + 2 \cdot 8 \cdot 15 = 360 + 192 + 240 = 792 \text{ cm}^2$

c) $A = 2 \cdot A_B + 5 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 2 \cdot \frac{5 \cdot 8 \cdot 5,5}{2} + 5 \cdot 13 \cdot 8 = 220 + 520 = 740 \text{ cm}^2$

27. Página 221

$$A = 2 \cdot A_B + 4 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8 \cdot h = 200 \rightarrow h = \frac{200 - 128}{32} = 2,25 \text{ cm}$$

28. Página 221

a) $a' = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$ $a = \sqrt{10^2 + 5,2^2} = \sqrt{127} = 11,27 \text{ cm}$

$$A = A_B + 6A_{\text{Cara lateral}} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} + 6 \cdot \frac{6 \cdot 11,27}{2} = 93,6 + 202,86 = 296,46 \text{ cm}^2$$

b) $a = \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{89} = 9,43 \text{ cm}$

$$A = A_B + 4A_{\text{Cara lateral}} = 10^2 + \frac{4 \cdot 10 \cdot 9,43}{2} = 100 + 188,6 = 288,6 \text{ cm}^2$$

c) $A = A_B + 5A_{\text{Cara lateral}} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 5,5}{2} + \frac{5 \cdot 8 \cdot 15}{2} = 110 + 300 = 410 \text{ cm}^2$

29. Página 221

$$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm} \rightarrow A = 4 \cdot A_B = 4 \cdot \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 173,2 \text{ cm}^2$$

30. Página 221

Calculamos el área del octaedro.

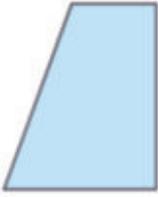
$$a = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 10,39 \text{ cm} \rightarrow A_{\text{Octaedro}} = 8 \cdot A_{\text{cara}} = 8 \cdot \frac{12 \cdot 10,39}{2} = 498,72 \text{ cm}^2$$

Sea l la arista del cubo:

$$A_{\text{Cubo}} = 6 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 6 \cdot l^2 = 498,72 \rightarrow l = \sqrt{\frac{498,72}{6}} = \sqrt{83,12} = 9,12 \text{ cm}$$

31. Página 222

a)



b)



32. Página 222

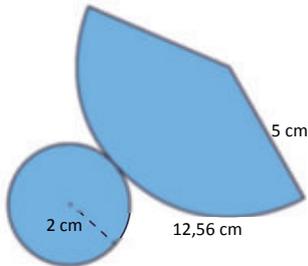
$$a) h = \sqrt{13^2 - 9^2} = \sqrt{169 - 81} = \sqrt{88} = 9,38 \text{ cm}$$

$$b) g = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74} = 8,6 \text{ cm}$$

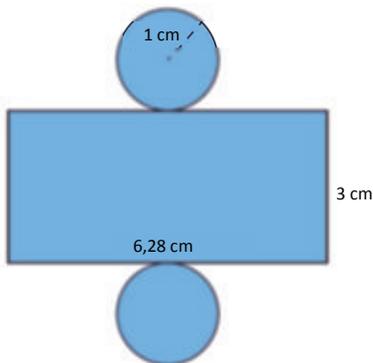
33. Página 222

Un rombo no genera un cilindro. Un cuadrado, sí lo genera.

34. Página 223



35. Página 223



36. Página 223

Dos círculos de 5 cm de radio y un rectángulo de altura 10 cm y base $2\pi r = 31,4$ cm .

37. Página 223

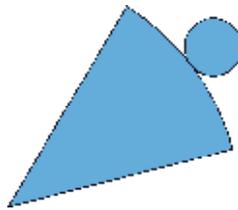
Es la misma longitud.

38. Página 223

Un círculo de 5 cm de radio y un sector circular de 10 cm de radio y longitud $2\pi r = 31,4$ cm

39. Página 223

a) El arco del sector no coincide con la longitud de la circunferencia de la base.



b) El lado del rectángulo que pega con las bases no coincide con la longitud de la circunferencia de estas.



40. Página 224

$$2 \cdot A_b = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10 = 125,6 \text{ cm}^2$$

41. Página 224

$$\left. \begin{array}{l} A_{\text{Cilindro}} = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r^2 = 4\pi r^2 \\ A_{\text{Esfera}} = 4\pi r^2 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Tienen la misma área.}$$

42. Página 224

La longitud de la base es igual a la longitud del arco del sector circular:

$$314 = 2\pi r \rightarrow r = \frac{314}{2\pi} = 50 \text{ cm}$$

43. Página 224

$$A_{2r} = 4\pi \cdot (2r)^2 = 16\pi r^2 = 4 \cdot (4\pi r^2) = 4 \cdot A_r \rightarrow \text{Es 4 veces mayor.}$$

44. Página 225

- a) $A = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot \pi \cdot 10^2 + 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 5 = 628,31 + 314,15 = 942,47 \text{ cm}^2$
- b) $A = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot \pi \cdot 9^2 + 2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 18 = 508,93 + 1017,87 = 1526,8 \text{ cm}^2$
- c) $A_B = \pi r^2 = 628 \rightarrow r = \sqrt{\frac{628}{\pi}} = 14,14 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \cdot 628 + 10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 14,14 = 2143,99 \text{ cm}^2$

45. Página 225

- a) $A = \pi \cdot 8 \cdot 10 + \pi \cdot 8^2 = \pi \cdot 8 \cdot (10 + 8) = 452,16 \text{ cm}^2$
- b) $g = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm} \rightarrow A = \pi \cdot 9 \cdot 15 + \pi \cdot 9^2 = \pi \cdot 9 \cdot (15 + 9) = 678,24 \text{ cm}^2$
- c) $r = \sqrt{12^2 - 10^2} = \sqrt{44} = 6,63 \quad A = \pi \cdot 6,63^2 + \pi \cdot 6,63 \cdot 12 = \pi \cdot 6,63 \cdot (6,63 + 12) = 387,84 \text{ cm}^2$
- d) $A_B = \pi r^2 = 314 \rightarrow r = \sqrt{\frac{314}{\pi}} = 100 \text{ cm}$
 $g = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14,14 \text{ cm} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} A_B = \pi r^2 = 314 \\ g = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14,14 \end{matrix}} \right\} \rightarrow A = 314 + \pi \cdot 10 \cdot 14,14 = 758 \text{ cm}^2$

46. Página 225

- a) $A = 4 \cdot \pi \cdot 20^2 = 5024 \text{ cm}^2$
- b) $A = 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot (20 + 20) = 5024 \text{ cm}^2$
- c) $g = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} = 28,28 \text{ cm} \rightarrow A = \pi \cdot 20 \cdot (28,28 + 20) = 3031,98 \text{ cm}^2$
- d) Los dos primeros son iguales, y el tercero es menor.

47. Página 225

La figura está formada por tres cuerpos de revolución de 5 cm de radio: una esfera, un cilindro y un cono. El área total será la suma del área de los tres cuerpos menos una base del cilindro y la base de la pirámide.

Calculamos la generatriz del cono:

$$g = \sqrt{5^2 + 14^2} = \sqrt{221} = 14,87 \text{ cm}$$

$$A_r = 4 \cdot \pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 12 + \pi \cdot 5 \cdot 14,87 = 5\pi \cdot (20 + 5 + 24 + 14,87) = 1002,76 \text{ cm}^2$$

ACTIVIDADES FINALES**48. Página 226**

Hay planos paralelos: los dos laterales y los dos frontales.

Hay planos secantes: el superior y el inferior son secantes con todos los demás, los laterales son secantes con todos menos con el lateral opuesto y los frontales son secantes con todos menos con el otro frontal.

Hay rectas paralelas: las aristas de los lados paralelos en los paralelogramos y trapecios que forman la figura.

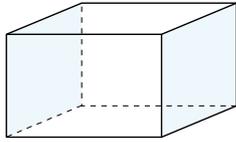
Hay rectas secantes: las aristas que se cortan en los vértices de la figura y los dos lados no paralelos de los trapecios.

Hay rectas que se cruzan: Las aristas de los laterales y las aristas de los lados superior e inferior con los que no se cortan.

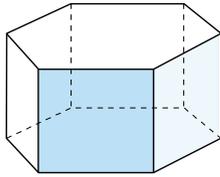
49. Página 226

Respuestas abiertas. Por ejemplo:

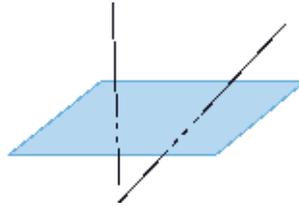
a)



b)



c)



d)

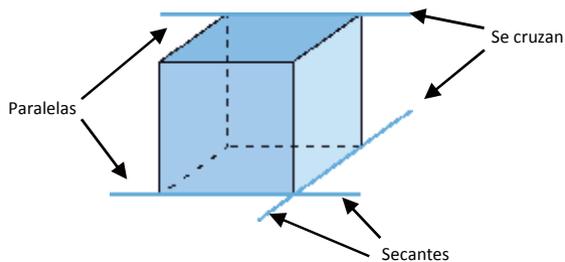


50. Página 226

a) Hay tres posiciones diferentes de planos paralelos.

b) Hay doce posiciones de planos secantes.

51. Página 226



52. Página 226

a) Hay 24 posiciones de recta paralela a un plano porque cada arista es paralela a dos planos.

b) Hay 24 posiciones de recta secante a un plano porque cada arista es secante a dos planos.

c) Hay 24 posiciones de recta contenida en un plano porque cada arista está contenida en dos planos.

53. Página 226

Los planos pueden ser paralelos o secantes. Son paralelos las dos bases entre sí, y son secantes dos a dos los demás planos.

Las rectas pueden cruzarse, ser paralelas o secantes. Son paralelas las bases de cada trapecio lateral entre sí. Son secantes las que concurren en el mismo vértice y las que forman las aristas laterales tomadas de dos en dos. El resto se cruzan.

54. Página 226

- a) Infinitas. b) Infinitos.

55. Página 226

- a) Verdadero. b) Falso. c) Verdadero. d) Falso. e) Verdadero.

56. Página 226

Todos los cuerpos son poliedros salvo el a), d) y f), ya que no tienen todas sus caras planas.

57. Página 227

- a)

Poliedro	N.º de caras	N.º de vértices	N.º de aristas	Fórmula de Euler
A	6	8	12	$6 + 8 = 12 + 2$
B	4	4	6	$4 + 4 = 6 + 2$
C	10	16	24	$10 + 16 = 24 + 2$
D	7	10	15	$7 + 10 = 15 + 2$
E	7	10	15	$7 + 10 = 15 + 2$
F	8	6	12	$8 + 6 = 12 + 2$

b) Son regulares el B y el F porque sus caras son polígonos regulares iguales y en cada vértice concurren el mismo número de aristas.

c) La fórmula de Euler se cumple en todos los poliedros a pesar de no ser todos convexos.

58. Página 227

- a) Cóncavo: $C = 24$ $V = 14$ $A = 36 \rightarrow 24 + 14 = 36 + 2 \rightarrow 38 = 38 \rightarrow$ Se cumple la fórmula de Euler.
b) Convexo \rightarrow Se cumple la fórmula de Euler.
c) Cóncavo: $C = 10$ $V = 7$ $A = 14 \rightarrow 10 + 7 = 14 + 2 \rightarrow 17 \neq 16 \rightarrow$ No se cumple la fórmula de Euler.
d) Cóncavo: $C = 10$ $V = 16$ $A = 24 \rightarrow 10 + 16 = 24 + 2 \rightarrow 26 = 26 \rightarrow$ Se cumple la fórmula de Euler.
e) Convexo \rightarrow Se cumple la fórmula de Euler.
f) Convexo \rightarrow Se cumple la fórmula de Euler.
g) Cóncavo: $C = 10$ $V = 16$ $A = 24 \rightarrow 10 + 16 = 24 + 2 \rightarrow 26 = 26 \rightarrow$ Se cumple la fórmula de Euler.
h) Cóncavo: $C = 9$ $V = 14$ $A = 21 \rightarrow 9 + 14 = 21 + 2 \rightarrow 23 = 23 \rightarrow$ Se cumple la fórmula de Euler.

59. Página 227

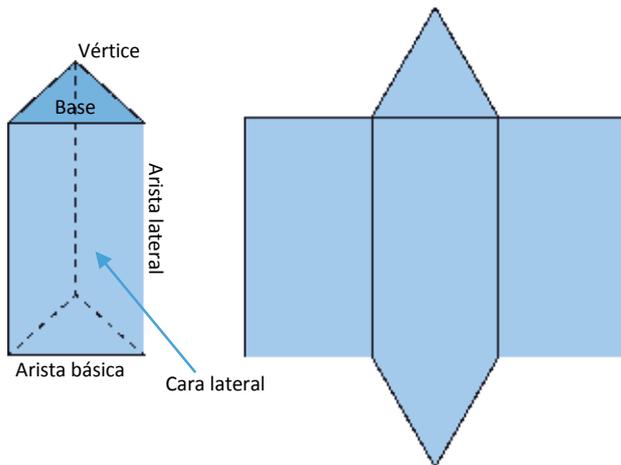
N.º de caras	N.º de vértices	N.º de aristas
9	14	21
6	8	12
11	18	27
12	20	30

60. Página 227

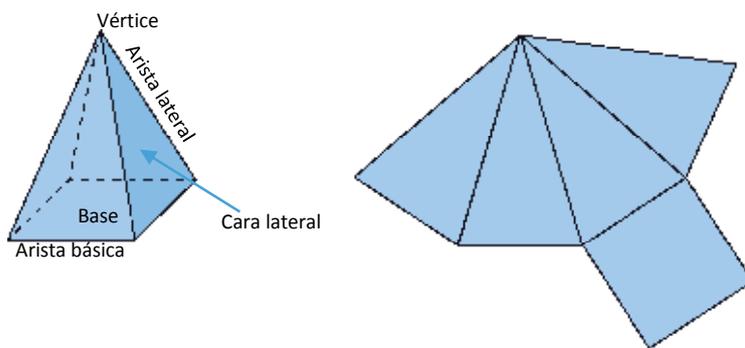
- a) Cubo. b) Tetraedro. c) Icosaedro. d) Dodecaedro.

61. Página 227

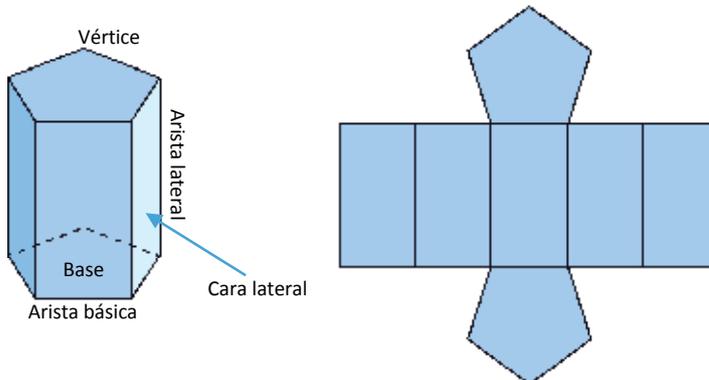
a)



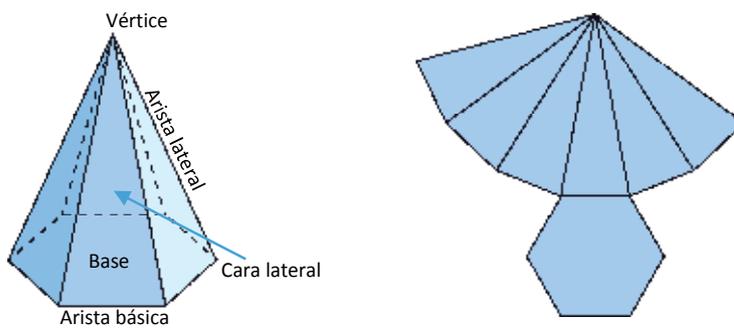
b)



c)

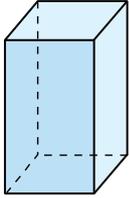


d)

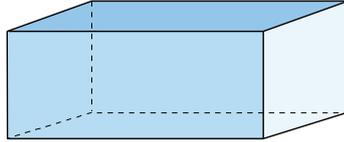


62. Página 227

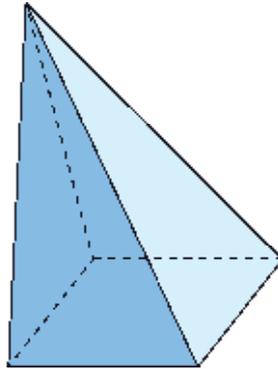
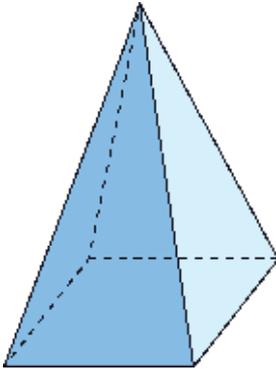
Prisma regular



Prisma irregular



63. Página 227



64. Página 227

- a) Verdadero. c) Falso. e) Falso. g) Falso. i) Falso. k) Falso.
 b) Falso. d) Falso. f) Falso. h) Falso. j) Falso.

65. Página 227

Similitudes: son pirámides y su base es un triángulo equilátero.

Diferencias: las caras laterales del tetraedro son triángulos equiláteros, mientras que las de la pirámide no tienen por qué serlo.

66. Página 227

- a) Prisma triangular oblicuo. e) Prisma cuadrangular oblicuo.
 b) Pirámide triangular regular. f) Pirámide pentagonal irregular.
 c) Prisma hexagonal recto irregular. g) Prisma pentagonal regular.
 d) Pirámide hexagonal oblicua. h) Pirámide cuadrangular oblicua.

68. Página 228

Diagonal de la cara: $d = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14,14 \text{ cm}$

Diagonal del cubo: $d = \sqrt{14,14^2 + 10^2} = \sqrt{300} = 17,32 \text{ cm}$

69. Página 228

La arista, l , mide $8^2 = 2l^2 \rightarrow l = \sqrt{32} = 5,66$ cm.

La diagonal, d , del cubo mide $d = \sqrt{5,66^2 + 8^2} = \sqrt{96,04} = 9,8$ cm.

70. Página 228

La diagonal de la cara mediría $d_{\text{cara}} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} \rightarrow d = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$.

71. Página 228

Diagonal de las caras:

$$d_{4-5} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} = 6,40 \text{ cm}$$

$$d_{5-9} = \sqrt{5^2 + 9^2} = \sqrt{106} = 10,30 \text{ cm}$$

$$d_{4-9} = \sqrt{4^2 + 9^2} = \sqrt{93} = 9,85 \text{ cm}$$

Diagonal del ortoedro:

$$d = \sqrt{4^2 + 10,30^2} = \sqrt{122} = 11,05 \text{ cm}$$

72. Página 228

$$d_i = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow d = \sqrt{(\sqrt{a^2 + b^2})^2 + c^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

73. Página 228

a) $A = 2 \cdot 3 \cdot 8 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 8 = 158 \text{ cm}^2$

b) $h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5,2 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \cdot \frac{6 \cdot 5,2}{2} + 3 \cdot 6 \cdot 10 = 211,2 \text{ cm}^2$

c) $A = 2 \cdot \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} + 6 \cdot 6 \cdot 9 = 511,2 \text{ cm}^2$

d) $A = 2 \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 3,44}{2} + 5 \cdot 5 \cdot 10 = 336 \text{ cm}^2$

e) $A = 6 \cdot 9^2 = 486 \text{ cm}^2$

f) $a_b = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8,66 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \cdot \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} + 6 \cdot 10 \cdot 14 = 1359,6 \text{ cm}^2$

g) $a_b = \sqrt{5,5^2 - 4^2} = 3,77 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \cdot \frac{5 \cdot 8 \cdot 3,77}{2} + 5 \cdot 8 \cdot 10 = 550,8 \text{ cm}^2$

h) $A = 2 \cdot \frac{8 \cdot 6 \cdot 7,24}{2} + 8 \cdot 6 \cdot 11 = 875,52 \text{ cm}^2$

74. Página 228

$$A = 6c^2 \rightarrow c = \sqrt{\frac{A}{6}} = \sqrt{\frac{150}{6}} = 5 \text{ cm}$$

75. Página 228

$$a_l = 3a_b$$

$$A_l = 3a_b \cdot a_l = 9a_b^2 = 144 \text{ cm}^2 \rightarrow a_b = \sqrt{\frac{144}{9}} = 4 \text{ cm} \rightarrow a_l = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}$$

$$h_b = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3,46 \text{ cm} \rightarrow A_T = 2 \cdot \frac{4 \cdot 3,46}{2} + 144 = 13,84 + 144 = 157,84 \text{ cm}^2$$

76. Página 228

$$a_l = 2a_b$$

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_l = 2a_b^2 + 4a_b \cdot a_l = 2a_b^2 + 8a_b^2 = 10a_b^2 = 90 \text{ cm}^2 \rightarrow a_b = \sqrt{\frac{90}{10}} = 3 \text{ cm}$$

$$a_l = 2a_b = 6 \text{ cm}$$

77. Página 228

$$A_T = 2A_b + A_l = 2 \cdot \frac{D \cdot d}{2} + 4 \cdot c \cdot h$$

$$c = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 6,71 \text{ cm}$$

$$A_l = 4 \cdot 6,71 \cdot 10 = 268,4 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 2 \cdot \frac{12 \cdot 6}{2} + 268,4 = 340,4 \text{ cm}^2$$

79. Página 228

$$\text{a) } A_T = A_b + A_l = b^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot a}{2}$$

$$a = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} = 10,77 \text{ dm}$$

$$A_T = 8^2 + 4 \cdot \frac{8 \cdot 10,77}{2} = 64 + 172,32 = 236,32 \text{ dm}^2$$

$$\text{b) } A_T = A_b + A_l = \frac{P \cdot a_{p-\text{base}}}{2} + 6 \cdot \frac{b \cdot a_{p-\text{lateral}}}{2}$$

$$a_{\text{Base}} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$$

$$a_{\text{Lateral}} = \sqrt{8^2 + 5,2^2} = \sqrt{91} = 9,54 \text{ cm}$$

$$A_T = \frac{36 \cdot 5,2}{2} + 6 \cdot \frac{6 \cdot 9,54}{2} = 93,6 + 171,72 = 265,32 \text{ cm}^2$$

80. Página 228

$$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

$$\text{a) } A_T = 4A_{\text{Triángulo}} = 4 \cdot \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 173,2 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A_T = 8A_{\text{Triángulo}} = 8 \cdot \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 346,4 \text{ cm}^2$$

81. Página 228

$$A_r = 4A_{\text{Triángulo}} = 4 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 62,28 \text{ cm}^2$$

$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}b}$$

$$4 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 62,28 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \cdot \frac{b \cdot \sqrt{\frac{3}{4}b}}{4} = 62,28 \text{ cm}^2 \rightarrow \sqrt{3}b^2 = 62,28 \text{ cm}^2 \rightarrow b = \sqrt{\frac{62,28}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{62,28}{1,73}} = 6 \text{ cm}$$

82. Página 228

$$A_{\text{Cubo}} = 6c^2 = 486 \text{ cm}^2 \rightarrow c = \sqrt{\frac{486}{6}} = 9 \text{ cm}$$

$$a_{\text{Pirámide}} = \sqrt{9^2 + 4,5^2} = \sqrt{101,25} = 10,06 \text{ cm}$$

$$a_i = \sqrt{10,06^2 + 4,5^2} = \sqrt{121,45} = 11 \text{ cm}$$

83. Página 228

$$\text{Área}_{\text{Lateral}} = 6 \cdot \frac{b \cdot \text{apotema}_{\text{Lateral}}}{2} = \frac{6 \cdot 4 \cdot \text{apotema}_{\text{Lateral}}}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

$$\text{apotema}_{\text{Lateral}} = \frac{72 \cdot 2}{24} = 6 \text{ cm} \rightarrow \text{Arista}_{\text{Lateral}} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 6,32$$

$$\text{apotema}_{\text{Base}} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 3,46$$

$$\text{Área}_{\text{Total}} = A_l + A_b = 72 + \frac{6 \cdot 4 \cdot 3,46}{2} = 72 + 41,52 = 113,52 \text{ cm}^2$$

85. Página 229

$$A = A_b + A_b + A_l = \frac{10 \cdot 5 \cdot 6,84}{2} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 4,1}{2} + 5 \cdot \frac{(10+6) \cdot 7,5}{2} = 171 + 61,5 + 300 = 532,5 \text{ cm}^2$$

86. Página 229

Calculamos la apotema de la base menor del tronco:

$$a_b = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,92 \text{ cm}$$

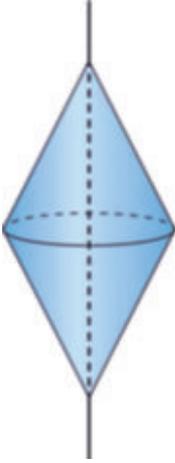
$$A = A_b + A_b + A_l = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10,39}{2} + \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,92}{2} + 6 \cdot \frac{(12+8) \cdot 4,6}{2} = 374,04 + 166,08 + 276 = 816,12 \text{ cm}^2$$

87. Página 229

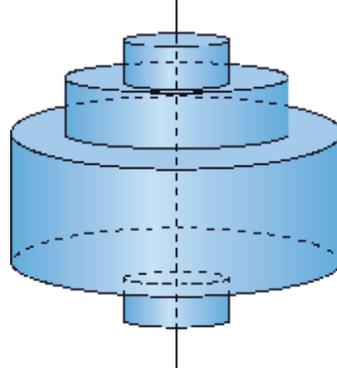
Todos son cuerpos de revolución salvo el d) y f) que no se pueden generar girando un polígono sobre un eje.

88. Página 229

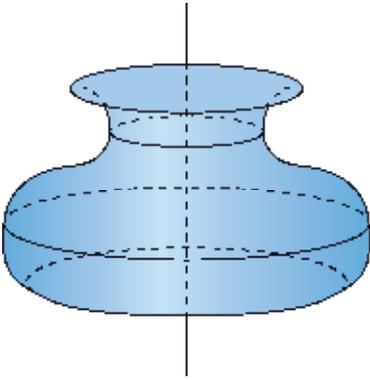
a)



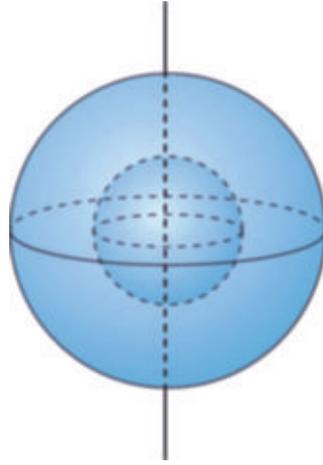
c)



b)

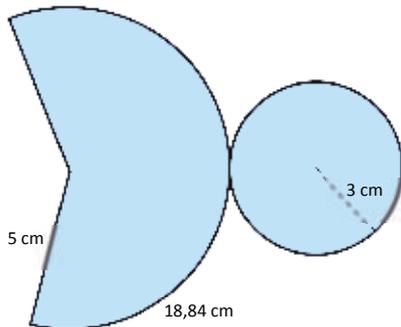


d)

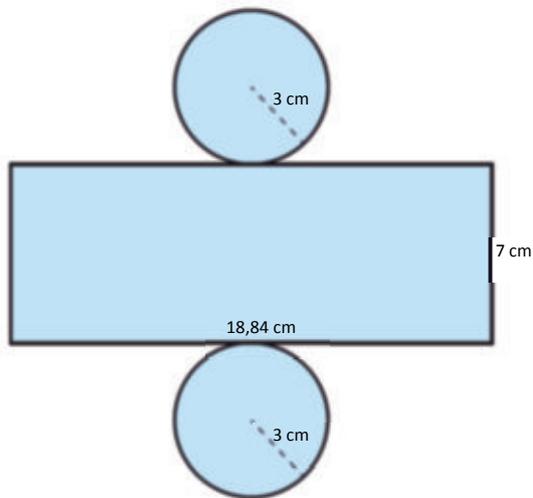


89. Página 229

$$g = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$



90. Página 229



91. Página 229

- a) $A = 2 \cdot A_{\text{Base}} + A_{\text{Lateral}} = 2 \cdot \pi \cdot 6^2 + 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 12 = 678,24 \text{ cm}^2$
- b) $A = A_{\text{Base}} + A_{\text{Lateral}} = \pi \cdot 4^2 + \pi \cdot 4 \cdot 9 = 163,28 \text{ cm}^2$
- c) $A = A_{\text{Base}} + A_{\text{Lateral}} = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 20 = 216,66 \text{ dm}^2$
- d) $A = 2 \cdot A_{\text{Base}} + A_{\text{Lateral}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2 \cdot \pi \cdot 7^2 + 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 8 = 659,4 \text{ cm}^2$

92. Página 229

$$A_{\text{Lateral}} = 2\pi r h = 2\pi \cdot r \cdot 7 = 175,84 \text{ cm}^2 \rightarrow r = \frac{175,84}{2\pi \cdot 7} = 4 \text{ cm}$$

93. Página 229

$$h = 3r \rightarrow A_r = 2A_B + A_L = 2\pi r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 3r = 87,92 \text{ cm}^2 \rightarrow 8\pi r^2 = 87,92 \text{ cm}^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{87,92}{8\pi}} = 1,87 \text{ cm}$$

$$h = 3 \cdot 1,87 = 5,61 \text{ cm}$$

94. Página 229

$$A_r = A_B + A_L = \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot 2r = 233,5 \text{ cm}^2 \rightarrow \pi r^2 + 2\pi r^2 = 3\pi r^2 = 233,5 \text{ cm}^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{233,5}{3\pi}} = 4,98 \text{ cm}$$

95. Página 230

$$h = \sqrt{20^2 - 6^2} = 19,08 \text{ cm}$$

96. Página 230

$$A = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 2826 \text{ cm}^2$$

97. Página 230

$$A = 4\pi r^2 = 400 \rightarrow r = \sqrt{\frac{400}{4\pi}} = \sqrt{31,85} = 5,64 \text{ cm}$$

98. Página 230

$$\text{a) } g = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = 11,18 \text{ cm}$$

$$A = A_{\text{Base cilindro}} + A_{\text{Lateral cilindro}} + A_{\text{Lateral cono}}$$

$$A = \pi r^2 + 2\pi r h + \pi r g = \pi \cdot 5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 30 + \pi \cdot 5 \cdot 11,18 = 78,5 + 942 + 175,53 = 1196,03 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A = \frac{1}{2} A_{\text{Cilindro}} + A_{\text{Ortoedro}} - A_{\text{Base ortoedro}} = \frac{1}{2} (\pi r^2 + 2\pi r h) + 2(ab + ac) + bc$$

$$A = \frac{1}{2} (\pi \cdot 5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 3) + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 2 \cdot 5 \cdot 10 + 3 \cdot 10 = 86,35 + 30 + 100 + 30 = 246,35 \text{ cm}^2$$

100. Página 230

$$A = A_B + A_b + A_L = \pi \cdot 14^2 + \pi \cdot 8^2 + (14 + 8) \cdot \pi \cdot 18 = 2059,84 \text{ cm}^2$$

101. Página 230

$$A = A_B + A_b + A_L = \pi \cdot 20^2 + \pi \cdot 3^2 + (20 + 3) \cdot \pi \cdot 15 = 2367,56 \text{ cm}^2$$

102. Página 230

Calculamos la altura de los triángulos de las bases:

$$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17,32 \text{ m}$$

$$A_L = 3 \cdot 50 \cdot 20 = 3000 \text{ m}^2$$

$$A = 2A_B + A_L = 2 \cdot \frac{20 \cdot 17,32}{2} + 3000 = 3346,4 \text{ m}^2$$

103. Página 230

Sea h la altura de la habitación:

$$\left. \begin{array}{l} A_{\text{Paredes}} = 2 \cdot 8 \cdot h + 2 \cdot 5 \cdot h = 26h \\ A_{\text{Techo}} = A_{\text{Suelo}} = 8 \cdot 5 = 40 \text{ m}^2 \end{array} \right\} \rightarrow A_{\text{Paredes}} + A_{\text{Techo}} = 26h + 40 = 100 \rightarrow h = \frac{100 - 40}{26} = 2,31 \text{ m}$$

104. Página 230

$$A = 2(ab + ac + bc) = 2(50 \cdot 50 + 50 \cdot 100 + 50 \cdot 100) = 2(2500 + 5000 + 5000) = 25000 \text{ cm}^2 = 2,5 \text{ m}^2$$

Por tanto, se necesitan:

$$2,5 \cdot 5000 = 12500 \text{ m}^2 \text{ de plástico}$$

105. Página 230

Calculamos la altura h de los triángulos laterales y del apotema del hexágono base:

$$h = \sqrt{4^2 - 2,5^2} = 3,12 \text{ cm} \qquad a_B = \sqrt{5^2 - 2,5^2} = 4,33 \text{ cm}$$

$$A_L = 6 \cdot \frac{5 \cdot 3,12}{2} = 46,8 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_B + A_L = \frac{6 \cdot 4,33}{2} + 46,8 = 59,79 \text{ cm}^2$$

106. Página 231

$$g = \sqrt{15^2 + 10^2} = 18,03 \text{ m} \rightarrow A = \pi \cdot 10^2 + \pi \cdot 10 \cdot 18,03 = 880,14 \text{ m}^2 \text{ de pintura.}$$

Costaría pintar el cono $880,14 \cdot 5 = 4\,400,7 \text{ €}$.

107. Página 231

a) Calculamos la cantidad de metal para una lata, es decir, el área de la lata.

$$A = 2 \cdot \pi \cdot 4^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 12 = 401,92 \text{ cm}^2 \text{ de metal se necesitan para una lata.}$$

Para 20 000 latas se necesitarán $401,92 \cdot 20\,000 = 8\,038\,400 \text{ cm}^2 = 803,84 \text{ m}^2$ de metal.

b) $A_L = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 12 = 301,44 \text{ cm}^2$ de papel se necesita para una lata.

Para 20 000 latas se necesitarán $301,44 \cdot 20\,000 = 6\,028\,800 \text{ cm}^2 = 602,88 \text{ m}^2$ de papel.

108. Página 231

La superficie de la cúpula es, aproximadamente, $A = \frac{4 \cdot \pi \cdot 9^2}{2} = 508,68 \text{ m}^2$.

Cada baldosa tiene una superficie de $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2 = 0,4 \text{ m}^2$.

Por tanto, se necesitarán $\frac{508,68}{0,4} = 1271,7$ baldosas.

109. Página 231

a) Todas las caras son iguales, y hay $4 \cdot 6 = 24$ caras de color verde y $5 \cdot 6 = 30$ caras de color rojo; por tanto, es mayor el área roja.

b) Las caras que se han metido del cubo (las pintadas de verde) miden lo mismo que si no se hubieran metido, es decir, el área es la misma que la de un cubo de lado $3 \cdot 25 = 75 \text{ cm}$ de arista:

$$A = 6 \cdot 75^2 = 33750 \text{ cm}^2$$

c) El área de cada cara mide $25^2 = 625 \text{ cm}^2$.

$$A_{\text{Rojo}} = 625 \cdot 30 = 18750 \text{ cm}^2 = 1,875 \text{ m}^2 \rightarrow 500 \cdot 1,875 = 937,5 \text{ m}^2 \rightarrow 937,5 \cdot 2 = 1875 \text{ €} \text{ cuesta la parte roja.}$$

$$A_{\text{Verde}} = 625 \cdot 24 = 15000 \text{ cm}^2 = 1,5 \text{ m}^2 \rightarrow 500 \cdot 1,5 = 750 \text{ m}^2 \rightarrow 750 \cdot 2,5 = 1875 \text{ €} \text{ cuesta la parte verde.}$$

Por tanto, pintar todas las piezas costará:

$$1\,875 + 1\,875 = 3\,750 \text{ €}.$$

110. Página 231

$$a) A = A_{\text{Lateral tronco}} + A_{\text{Lateral cilindro}} + A_{\text{Base cilindro}} = (5 + 3) \cdot \pi \cdot 4 + 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 5 + \pi \cdot 3^2 = 222,94 \text{ m}^2$$

Por tanto, se necesitarán 222,94 m² de metal.

$$b) A = (5 \cdot 1,1 + 3 \cdot 1,1) \cdot \pi \cdot 4 \cdot 1,1 + 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 1,1 \cdot 5 \cdot 1,1 + \pi \cdot (3 \cdot 1,1)^2 = 1,1^2 \cdot ((5 + 3) \cdot \pi \cdot 4 + 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 5 + \pi \cdot 3^2) = 1,21 \cdot A$$

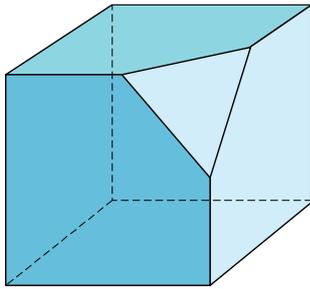
El área sería un 21% mayor.

DEBES SABER HACER**1. Página 231**

- a) Verdadero.
- b) Falso. Dos rectas secantes no se cruzan.
- c) Verdadero.
- d) Falso. Dos planos perpendiculares son secantes.

2. Página 231

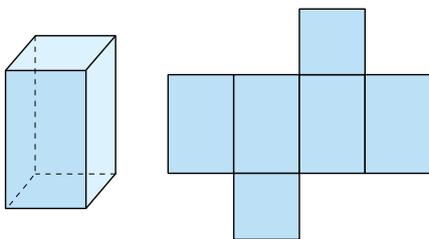
Respuesta abierta. Por ejemplo:



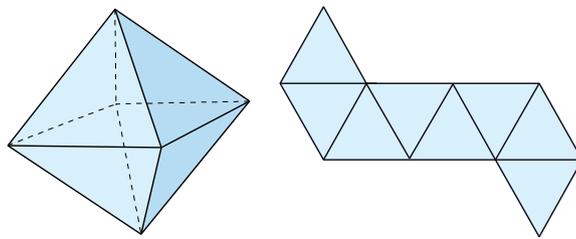
$$C + V = A + 2 \rightarrow 7 + 10 = 15 + 2 \rightarrow 17 = 17$$

3. Página 231

Ortoedro:

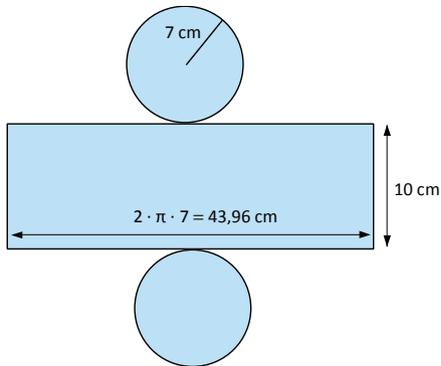


Octaedro:

**4. Página 231**

$$\left. \begin{array}{l} a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = 3,46 \text{ cm} \\ a_{\text{lateral}} = \sqrt{3,46^2 + 4^2} = \sqrt{28} = 5,29 \text{ cm} \end{array} \right\} \rightarrow A = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3,46}{2} + 6 \cdot \frac{4 \cdot 5,29}{2} = 41,52 + 63,48 = 105 \text{ cm}^2$$

5. Página 231



$$A = 2 \cdot \pi \cdot 7^2 + 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 10 = 307,72 + 439,6 = 747,32 \text{ cm}^2$$

6. Página 231

$$A = \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 2 \cdot 4 = 12,56 + 25,12 = 37,68 \text{ cm}^2$$

7. Página 231

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 17,5^2 = 3846,5 \text{ cm}^2$$

8. Página 231

$$A = 7 \cdot 4 + 2 \cdot (4 \cdot h) + 2 \cdot (7 \cdot h) = 94 \text{ m}^2 \rightarrow h = \frac{94 - 28}{22} = 3 \text{ m}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

111. Página 232

a) Según Eratóstenes, la Tierra medía:

$$252000 \cdot 158 = 39816000 \text{ m} = 39816 \text{ km} \rightarrow L = 2 \cdot \pi \cdot r = 39816 \rightarrow r = \frac{39816}{2\pi} = 6340 \text{ km}$$

Eratóstenes se equivocó en $|6340 - 6371| = 31 \text{ km}$.

Según las mediciones actuales, el ecuador mide $L = 2 \cdot \pi \cdot 6371 = 40009,88 \text{ km}$.

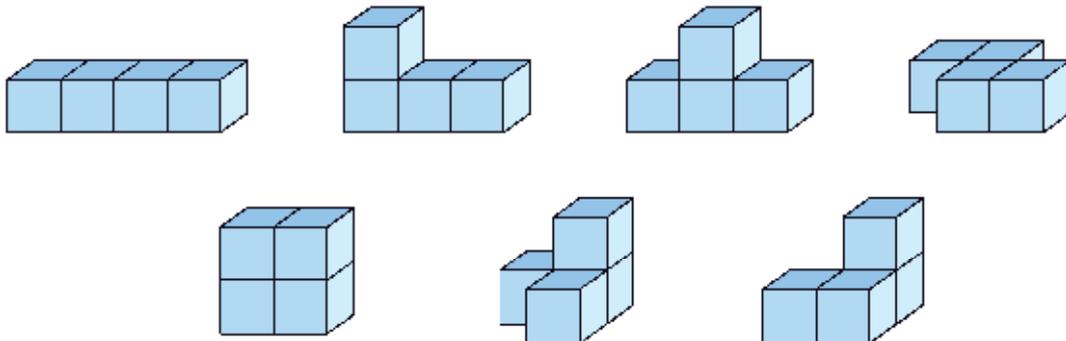
b) $A_{\text{Eratóstenes}} = 4 \cdot \pi \cdot 6340^2 = 504856736 \text{ km}^2$

$$A_{\text{Tierra}} = 4 \cdot \pi \cdot 6371^2 = 509805891 \text{ km}^2$$

No, porque el error cometido es mucho menor que el área del continente americano.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

112. Página 232



113. Página 232

- a) 8, los cubos de cada vértice.
- b) Tienen 2 caras pintadas los que están en las aristas menos los de los vértices. Por tanto, en cada arista hay 8 cubos con dos caras pintadas, por 12 aristas que tiene el cubo \rightarrow 96 cubos estarán pintados por dos caras.

Tienen 1 cara pintada los que estén en las caras menos los de las aristas y los vértices. Por tanto, en cada cara tienen una cara pintada $100 - 4 \cdot 8 - 4 = 64$ cubos pequeños. Como el cubo tiene 6 caras, el total de cubos pequeños con una cara pintada será de 384 cubos pequeños.

- c) Los cubos que no están pintados son los que no forman la superficie, es decir, los que forman el cubo interior que tiene unas dimensiones de $8 \times 8 \times 8$ cubos pequeños. Por tanto, serán 512 cubos.

114. Página 232

Puede hacer 36 prismas diferentes de estas dimensiones:

$1 \times 1 \times 36$	$1 \times 36 \times 1$	$36 \times 1 \times 1$			
$1 \times 2 \times 18$	$1 \times 18 \times 2$	$2 \times 1 \times 18$	$2 \times 18 \times 1$	$18 \times 1 \times 2$	$18 \times 2 \times 1$
$1 \times 3 \times 12$	$1 \times 12 \times 3$	$3 \times 1 \times 12$	$3 \times 12 \times 1$	$12 \times 1 \times 3$	$12 \times 3 \times 1$
$1 \times 4 \times 9$	$1 \times 9 \times 4$	$4 \times 1 \times 9$	$4 \times 9 \times 1$	$9 \times 1 \times 4$	$9 \times 4 \times 1$
$1 \times 6 \times 6$	$6 \times 1 \times 6$	$6 \times 6 \times 1$			
$2 \times 2 \times 9$	$2 \times 9 \times 2$	$9 \times 2 \times 2$			
$2 \times 3 \times 6$	$2 \times 6 \times 3$	$3 \times 2 \times 6$	$3 \times 6 \times 2$	$6 \times 2 \times 3$	$6 \times 3 \times 2$
$3 \times 3 \times 4$	$3 \times 4 \times 3$	$4 \times 3 \times 3$			

115. Página 232

Sí, cualquier pirámide con base un decágono tiene 11 caras, 11 vértices y 20 aristas.

PRUEBAS PISA

116. Página 233

