Volumen de cuerpos geométricos 12

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 234

a) $3\ \text{km}^3 \cdot \dfrac{10^9\ \text{m}^3}{1\ \text{km}^3} = 3 \cdot 10^9 = 3\,000\,000\,000\ \text{m}^3$

b) $1200\ \text{dm}^3 \cdot \dfrac{1\ \text{m}^3}{10^3\ \text{dm}^3} = 1{,}2\ \text{m}^3$

c) $0{,}07\ \text{hm}^3 \cdot \dfrac{10^6\ \text{m}^3}{1\ \text{hm}^3} = 7 \cdot 10^4 = 70\,000\ \text{m}^3$

d) $40\,000\ \text{cm}^3 \cdot \dfrac{1\ \text{m}^3}{10^6\ \text{cm}^3} = 0{,}04\ \text{m}^3$

2. Página 234

a) I. $5{,}32\ \text{m}^3 \cdot \dfrac{10^3\ \text{dm}^3}{1\ \text{m}^3} = 5320\ \text{dm}^3$

II. $1\,330\,000\ \text{mm}^3 \cdot \dfrac{1\ \text{dm}^3}{10^6\ \text{mm}^3} = 1{,}33\ \text{dm}^3$

III. $0{,}05021\ \text{hm}^3 \cdot \dfrac{10^9\ \text{dm}^3}{1\ \text{hm}^3} = 5{,}021 \cdot 10^7 = 50\,210\,000\ \text{dm}^3$

b) I. $13{,}23\ \text{km}^3 \cdot \dfrac{10^3\ \text{hm}^3}{1\ \text{km}^3} = 13\,230\ \text{hm}^3$

II. $2{,}501\ \text{dam}^3 \cdot \dfrac{1\ \text{hm}^3}{10^3\ \text{dam}^3} = 0{,}002501\ \text{hm}^3$

III. $12856\ \text{dm}^3 \cdot \dfrac{1\ \text{hm}^3}{10^9\ \text{dm}^3} = 0{,}000012856\ \text{hm}^3$

3. Página 234

a) Escribimos todas las cantidades usando la misma unidad:

$32{,}45\ \text{m}^3$ $\quad 2\,205{,}3\ \text{cm}^3 = 0{,}0022053\ \text{m}^3$ $\quad 0{,}2\ \text{hm}^3 = 200\,000\ \text{m}^3$ $\quad 2\,000\,002\ \text{mm}^3 = 0{,}002000002\ \text{m}^3$

$0{,}2\ \text{hm}^3 > 32{,}45\ \text{m}^3 > 2\,205{,}3\ \text{cm}^3 > 2\,000\,002\ \text{mm}^3$

b) Escribimos todas las cantidades usando la misma unidad:

$6{,}7\ \text{hm}^3 = 6\,700\,000\ \text{m}^3$ $\quad 49\ \text{dam}^3 = 49\,000\ \text{m}^3$ $\quad 8\,000\,000\ \text{m}^3$ $\quad 0{,}8\ \text{km}^3 = 800\,000\,000\ \text{m}^3$

$0{,}8\ \text{km}^3 > 8\,000\,000\ \text{m}^3 > 6{,}7\ \text{hm}^3 > 49\ \text{dam}^3$

VIDA COTIDIANA

LA OLLA A PRESIÓN. Página 235

Tenemos que calcular la capacidad de la olla, para ello calculamos su volumen:

$V = 16 \cdot \pi \cdot 12^2 = 7\,234{,}56\ \text{cm}^3 = 7{,}23456\ \text{dm}^3$

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 236

$\dfrac{6^3}{3^3} = 2^3 = 8$ veces

RETO 2. Página 238

$12 \cdot 330 \text{ cm}^3 = 3\,960 \text{ cm}^3$

$3\,960 \text{ cm}^3 = 3{,}96 \text{ dm}^3 = 3{,}96\ \ell \longrightarrow$ Podemos llenar 3 jarras completas.

RETO 3. Página 240

Si se trata de agua destilada 1 litro pesa 1 kg.

La cantidad de agua del cubito es $5^3 = 125 \text{ cm}^3 = 0{,}125 \text{ dm}^3 = 0{,}125\ \ell = 0{,}125 \text{ kg} = 125 \text{ g}$

RETO 4. Página 241

Al volumen del cubo le tenemos que restar el volumen del cilindro.

$V = 10^3 - \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 215 \text{ cm}^3$

RETO 5. Página 243

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{Esfera}} = \dfrac{4}{3}\pi r^3 \\ V_{\text{Cono}} = \dfrac{A_{\text{Base}} \cdot h}{3} = \dfrac{\pi r^2 \cdot r}{3} = \dfrac{\pi r^3}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{V_{\text{Esfera}}}{V_{\text{Cono}}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{\pi r^3}{3}} = 4$$

El volumen de la esfera es cuatro veces el del cono.

RETO 6. Página 244

Se trata de un casquete, de modo que:

$\dfrac{1}{3}\pi \cdot 18^2 \cdot (3 \cdot 12 - 18) = 6\,104{,}16 \text{ cm}^3$

ACTIVIDADES

1. Página 236

a) 21 m^3 b) 14 m^3

2. Página 236

a) $4 \cdot 10^9 + 34 \cdot 10^6 + 22 = 4\,034\,000\,022 \text{ m}^3$

b) $0{,}125 + 0{,}000088 + 0{,}000000016 = 0{,}125088016 \text{ m}^3$

3. Página 236

$120{,}56 \text{ m}^3 = 120 \text{ m}^3\ 560 \text{ dm}^3$

$1\,523{,}003 \text{ dam}^3 = 1 \text{ hm}^3\ 523 \text{ dam}^3\ 3 \text{ m}^3$

4. Página 236

$V = 3^3 = 27 \text{ cm}^3 = 0{,}000027 \text{ m}^3$

5. Página 237

En m^3:

$0{,}007\ hm^3 = 7\,000\ m^3$ $\quad 1{,}25\ dam^3 = 1\,250\ m^3$ $\quad 35\,000\ cm^3 = 0{,}035\ m^3$ $\quad 390\,000\ mm^3 = 0{,}00039\ m^3$

En cm^3:

$0{,}0004\ dam^3 = 400\,000\ cm^3$ $\quad 3{,}6\ m^3 = 3\,600\,000\ cm^3$ $\quad 17\ dm^3 = 17\,000\ cm^3$ $\quad 25\,000\ mm^3 = 25\ cm^3$

En hm^3:

$0{,}07\ km^3 = 70\ hm^3$ $\quad 1{,}6\ dam^3 = 0{,}0016\ hm^3$ $\quad 4\,000\ m^3 = 0{,}004\ hm^3$ $\quad 390\,000\ cm^3 = 0{,}00000039\ hm^3$

6. Página 237

Expresamos todas con la misma unidad:

$1{,}5\ dam^3 = 1\,500\ m^3$ $\quad 1\,501\,000\ dm^3 = 1\,501\ m^3$ $\quad 18\,000\,000\ cm^3 = 18\ m^3$ $\quad 0{,}002\ km^3 = 2\,000\,000\ m^3$

$18\,000\,000\ cm^3 < 1\,499\ m^3 < 1{,}5\ dam^3 < 1\,501\,000\ dm^3 < 0{,}002\ km^3$

7. Página 237

a) $4\,000\,000\,150\ dm^3 = 4\,000\,000\,150\,000\ cm^3$

b) $10\,000{,}2\ dam^3 = 10\,000\,200\,000\,000\,000\ mm^3$

c) $356\,014\ m^3 = 356\,014\,000\ dm^3$

d) $1\,200\,907\ dam^3 = 1\,200\,907\,000\ m^3$

8. Página 237

a) $500\ dam^3$ $\quad$ b) $4\ m^3$ $\quad$ c) $40\ dam^3$

9. Página 238

a) $2{,}3\ hl \cdot \frac{100\ \ell}{1\ hl} \cdot \frac{1\ dm^3}{1\ \ell} = 230\ dm^3$

c) $1023\ dl \cdot \frac{1\ \ell}{10\ dl} \cdot \frac{1\ dm^3}{1\ \ell} = 102{,}3\ dm^3$

b) $32{,}5\ cl \cdot \frac{1\ \ell}{100\ cl} \cdot \frac{1\ dm^3}{1\ \ell} = 0{,}325\ dm^3$

d) $0{,}3\ dal \cdot \frac{10\ \ell}{1\ dal} \cdot \frac{1\ dm^3}{1\ \ell} = 3\ dm^3$

10. Página 238

$d_{agua} = 1\ g/cm^3 = 1\ kg/dm^3 \longrightarrow 1\ kg = 1\ dm^3$

a) $320\ cm^3 \frac{1\ dm^3}{10^3\ cm^3} \cdot \frac{1\ kg}{1\ dm^3} = 0{,}32\ kg$

c) $7501\ dal \frac{10\ \ell}{1\ dal} \cdot \frac{1\ dm^3}{1\ \ell} \cdot \frac{1\ kg}{1\ dm^3} = 75010\ kg$

b) $9{,}52\ cl \frac{1\ \ell}{100\ cl} \cdot \frac{1\ dm^3}{1\ \ell} \cdot \frac{1\ kg}{1\ dm^3} = 0{,}0952\ kg$

d) $1200\ mm^3 \frac{1\ dm^3}{10^6\ mm^3} \cdot \frac{1\ kg}{1\ dm^3} = 0{,}0012\ kg$

11. Página 238

$$90\ g \cdot \frac{1\ kg}{1000\ g} \cdot \frac{1\ dm^3}{1\ kg} \cdot \frac{1\ \ell}{1\ dm^3} \cdot \frac{100\ cl}{1\ \ell} = 9\ cl$$

12. Página 238

$$\left.\begin{array}{l} 1{,}5\ \ell \cdot \dfrac{1\ \text{dm}^3}{1\ \ell} = 1{,}5\ \text{dm}^3 \\ 200\ \text{cm}^3 \cdot \dfrac{1\ \text{dm}^3}{10^3\ \text{cm}^3} = 0{,}2\ \text{dm}^3 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{1{,}5\ \text{dm}^3}{0{,}2\ \text{dm}^3} = 7{,}5\ \text{vasos}$$

13. Página 238

El 70 % del depósito son: 3,5 kl 6 hl 80 dal = 350 dal + 60 dal + 80 dal = 490 dal = 4,9 kl = 4,9 m^3

La capacidad total del depósito es: $4{,}9 \cdot \frac{100}{70} = 7$ m^3 = 7 000 dm^3 = 7 000 ℓ

14. Página 239

a) 1 h 20 min = $\frac{4}{3}$ h   6 dal/h · $\frac{4}{3}$ h = 8 dal

b) Vemos cuánto pesa el total de su capacidad, es decir los 8 dal.

8 dal = 80 ℓ = 80 dm^3 = 80 kg

El barril lleno pesa 23 + 80 = 103 kg.

15. Página 239

2,5 h = 150 min

75 ℓ/min · 150 min = 11 250 ℓ = 112,50 hl

16. Página 239

2,5 h = 150 min

28 m^3/min · 150 min = 4 200 m^3 = 4 200 000 dm^3 = 4 200 000 ℓ

17. Página 239

Vemos la capacidad de la piscina: 18 m^3 = 18 000 dm^3 = 18 000 ℓ

Tarda en vaciarse: 18 000 ℓ : 90 ℓ/min = 200 min = 3 h 20 min

18. Página 239

a) Por día pierde: 875 000 ℓ = 875 000 dm^3 = 875 m^3

En 60 días pierde: 60 · 875 = 52 500 m^3

b) Vemos cuánto pierde en 20 días: 20 · 875 = 17 500 m^3

3 542 000 000 − 17 500 = 3 541 982 500 m^3

1 t = 1 000 kg = 1 000 ℓ = 1 000 dm^3 = 1 m^3. Por tanto, quedan 3 541 982 500 toneladas de agua.

c) Se han perdido 3 542 000 000 − 3 454 500 000 = 87 500 000 m^3 = 87 500 000 000 dm^3 = 87 500 000 000 ℓ

Han pasado 87 500 000 000 ℓ : 875 000 ℓ/día = 100 000 días

19. Página 239

$7{,}5 \cdot 8 = 60$ ℓ/día

60 ℓ/día · 30 días $= 1\,800$ ℓ $= 1\,800 \text{ dm}^3 = 1{,}8 \text{ m}^3$

20. Página 240

a) $V = 40 \cdot 40 \cdot 60 = 96\,000 \text{ cm}^3$

b) $V = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105 \text{ mm}^3$

c) $V = 2 \cdot 4 \cdot 7 = 56 \text{ cm}^3$

d) $V = 10^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$

21. Página 240

$V = 15 \cdot 10 \cdot 3 = 450 \text{ m}^3 = 450\,000 \text{ dm}^3 = 450\,000$ ℓ

22. Página 240

Un cubo tiene 12 aristas, por lo que cada arista medirá $60 : 12 = 5$ cm.

$V = 5^3 \text{ cm}^3 = 125 \text{ cm}^3 = 0{,}125 \text{ dm}^3 = 0{,}125$ ℓ

23. Página 240

El volumen de un ortoedro se calcula multiplicando el valor de sus tres aristas, dos de esas aristas son de la base del ortoedro. Por ser un ortoedro la base es un rectángulo, es decir, el área de la base es la base por la altura, que es lo mismo que el producto de las dos aristas. De modo que sí, tiene razón María.

La cara en la que esté apoyado no influye, porque lo único que haría sería cambiar el orden de los factores, pero por la propiedad conmutativa obtendríamos el mismo resultado.

24. Página 241

a) $V = A_{\text{Base}} \cdot h = \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} \cdot 10 = 936 \text{ cm}^3$

b) $V = A_{\text{Base}} \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 11 = 552{,}64 \text{ cm}^2$

El prisma tiene mayor volumen que el cilindro.

25. Página 241

$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \dfrac{7 \cdot 7 \cdot 6{,}06}{2} \cdot 9 = 1\,336{,}23 \text{ cm}^3$

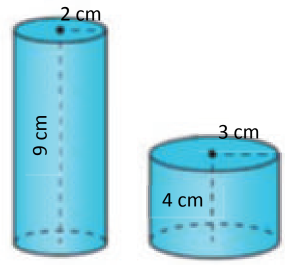
26. Página 241

Calculamos primero el volumen del prisma, para eso nos hace falta saber la apotema de la base que calculamos usando el teorema de Pitágoras: $10^2 = 5^2 + ap^2 \longrightarrow ap = 8{,}66$ cm

$V_{\text{Prisma}} = \dfrac{6 \cdot 10 \cdot 8{,}66}{2} \cdot 10 = 2\,598 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Cilindro}} = 2\,598 = \pi \cdot 10^2 \cdot h \longrightarrow h = 8{,}27$ cm

27. Página 241



28. Página 242

a) $V = \frac{1}{3} \cdot 7^2 \cdot 13 = 212{,}33 \text{ cm}^3$

b) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9^2 \cdot 6 = 508{,}68 \text{ cm}^3$

29. Página 242

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 30^2 \cdot 30 = 9\,000\pi \text{ cm}^3 = 28\,260 \text{ cm}^3$

30. Página 242

Nos hace falta saber la apotema de la base que calculamos usando el teorema de Pitágoras: $10^2 = 5^2 + ap^2 \rightarrow ap = 8{,}66$ cm.

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 10 \cdot 8{,}66}{2} \cdot 20 = 1\,732 \text{ cm}^3$

31. Página 242

$V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = V_{\text{Cono}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot h \rightarrow h = 12 \cdot 3 = 36 \text{ cm}$

32. Página 242

$V_{\text{Pirámide\_1}} = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \cdot h$

$V_{\text{Pirámide\_2}} = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \cdot 2h = 2V_{\text{Pirámide\_1}}$

Al duplicar la altura se duplica el volumen. Lo mismo pasa en el caso de un cono.

33. Página 243

a) $V = \frac{4}{3} \pi \cdot 15^3 = 14\,130 \text{ cm}^3 = 14{,}13 \text{ dm}^3$

b) $V = \frac{4}{3} \pi \cdot 0{,}75^3 = 1{,}77 \text{ mm}^3 = 1{,}77 \cdot 10^{-6} \text{ dm}^3$

c) $V = \frac{4}{3} \pi \cdot 0{,}23^3 = 0{,}05 \text{ m}^3 = 50 \text{ dm}^3$

d) $V = \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\frac{0{,}1}{2}\right)^3 = 0{,}00052 \text{ dam}^3 = 520 \text{ dm}^3$

34. Página 243

a) $V_{\text{Esfera}} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = 267{,}95\text{ cm}^3$ y $V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 401{,}92\text{ cm}^3$

b) $\dfrac{V_{\text{Cilindro}}}{V_{\text{Esfera}}} = \dfrac{401{,}92\text{ cm}^3}{267{,}95\text{ cm}^3} = 1{,}5$

35. Página 243

$V = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4}{3}\pi \cdot 9^3 = 1\,526{,}04\text{ cm}^3$

36. Página 243

$V_{\text{Esfera}} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 2{,}5^3 = 65{,}42\text{ cm}^3$

$V_{\text{Cubo}} = 5^3 = 125\text{ cm}^3$

$V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Esfera}} = 125 - 65{,}42 = 59{,}58\text{ cm}^3$

37. Página 243

$V_{\text{Esfera}} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 904{,}32\text{ cm}^3$

$V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 6^2 \cdot 12 = 1\,356{,}48\text{ cm}^3$

$V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Esfera}} = 1\,356{,}48 - 904{,}32 = 452{,}16\text{ cm}^3$

38. Página 244

a) $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot (3 \cdot 12 - 4) = 535{,}89\text{ cm}^3$

b) $V = \dfrac{1}{6}\pi \cdot 6 \cdot (6^2 + 3 \cdot 8^2 + 3 \cdot 3^2) = 800{,}7\text{ cm}^3$

c) $V = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 20^3 \cdot \dfrac{30}{360} = 2\,791{,}11\text{ cm}^3$

39. Página 244

$V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot (3 \cdot 10 - 2) = 117{,}23\text{ cm}^3$

a) La altura total es el diámetro de la esfera, de modo que la altura del otro casquete es $20 - 2 = 18$ cm.

b) Calculamos el volumen de la esfera y le restamos el volumen del casquete que hemos calculado, esto nos dará el volumen del casquete buscado:

$V_{\text{Esfera}} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = 4\,186{,}67\text{ cm}^3$

De modo que el volumen del segundo casquete es: $4\,186{,}67 - 117{,}23 = 4\,069{,}44\text{ cm}^3$

Como conocemos su altura, también podríamos calcularlo aplicando la fórmula para el volumen de un casquete: $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 18^2 \cdot (3 \cdot 10 - 18) = 4\,069{,}44\text{ cm}^3$

40. Página 244

$$V = \frac{4}{3}\ \pi \cdot r^3 \cdot \frac{180}{360} = \frac{4}{6}\pi \cdot r^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot r^3$$

41. Página 245

Figura verde:

Su volumen es la suma del volumen de un prisma de base cuadrada y una pirámide de base cuadrada.

Necesitamos calcular la altura de la pirámide, para eso primero calculamos la altura de uno de los triángulos que forman los laterales con el teorema de Pitágoras: $10^2 = 4^2 + ap^2 \longrightarrow ap = 9{,}17$ cm.

La apotema de la pirámide, forma un triángulo rectángulo con la altura de la pirámide y la apotema de la base: $9{,}17^2 = 4^2 + h^2 \longrightarrow h = 8{,}25$ cm

$$V = V_{\text{Prisma}} + V_{\text{Pirámide}} = 8^2 \cdot 16 + \frac{1}{3}\ 8^2 \cdot 8{,}25 = 1\,200 \text{ cm}^3$$

Figura morada y azul:

Su volumen es el de un cubo menos el de dos conos.

$$V = V_{\text{Cubo}} - 2 \cdot V_{\text{Cono}} = 12^3 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 1\,275{,}84 \text{ cm}^3$$

42. Página 245

Figura naranja:

Su volumen es la suma del volumen de un cono más una zona esférica.

Calculamos la altura del cono, para ello usamos el teorema de Pitágoras: $15^2 = 9^2 + h^2 \longrightarrow h = 12$ cm

$$V = V_{\text{Cono}} + V_{\text{Zona esférica}} = \frac{1}{3}\ \pi \cdot 9^2 \cdot 12 + \frac{1}{6}\ \pi \cdot 7 \cdot (7^2 + 3 \cdot 12^2 + 3 \cdot 9^2) = 3\,669{,}61 \text{ cm}^3$$

Figura amarilla:

Su volumen es el de un ortoedro más el de un prisma de base triangular, la base es un triángulo rectángulo de altura 8 cm y base $20 - 12 = 8$ cm.

$$V = V_{\text{Ortoedro}} + V_{\text{Prisma triangular}} = 8 \cdot 5 \cdot 12 + \frac{8 \cdot 8}{2} \cdot 5 = 640 \text{ cm}^3$$

ACTIVIDADES FINALES

43. Página 246

a) $4{,}52 \text{ cm}^3 = 4{,}52 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 0{,}00000452 \text{ m}^3$

b) $600\,000 \text{ mm}^3 = 600\,000 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 = 0{,}0006 \text{ m}^3$

c) $0{,}25 \text{ hm}^3 = 0{,}25 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 250\,000 \text{ m}^3$

d) $0{,}009 \text{ km}^3 = 0{,}009 \cdot 10^9 \text{ m}^3 = 9\,000\,000 \text{ m}^3$

44. Página 246

a) $580\,000\,000 \text{ cm}^3 + 5\,000\,000 \text{ cm}^3 + 680\,000 \text{ cm}^3 = 585\,680\,000 \text{ cm}^3$

b) $2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^3 + 4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^3 + 2 \cdot 10^9 \text{ cm}^3 = 2\,004\,002\,000\,000\,000 \text{ cm}^3$

c) $34\,000\,000\,000 \text{ cm}^3 + 6\,000\,000 \text{ cm}^3 + 400 \text{ cm}^3 = 34\,006\,000\,400 \text{ cm}^3$

d) $87\,000\,000 \text{ cm}^3 + 80\,000 \text{ cm}^3 + 0{,}4 \text{ cm}^3 = 87\,080\,000{,}4 \text{ cm}^3$

45. Página 246

a) 56 dm^3 895 cm^3

b) 67 hm^3 99 m^3

c) 689 m^3 550 dm^3

d) 880 cm^3 42 mm^3

e) 90 dam^3 73 m^3 553 dm^3

f) 6 m^3 667 dm^3 229 cm^3 503 mm^3

46. Página 246

a) $5{,}34 \cdot 10^6$ cm^3 = 5 340 000 cm^3

b) $0{,}08 \cdot 10^3$ m^3 = 80 m^3

c) $6{,}5 \cdot 10^3$ cm^3 = 6 500 cm^3

d) $9\,800 \cdot 10^{-6}$ dm^3 = 0,0098 dm^3

e) $900 \cdot 10^{-6}$ dm^3 = 0,0009 dm^3

f) $900 \cdot 10^{-3}$ hm^3 = 0,9 hm^3

47. Página 246

a) 450 ml = 0,45 ℓ = 0,45 dm^3

Agua destilada: 0,45 dm^3 = 0,45 kg = 4 500 g

b) 33 cl = 0,33 ℓ = 0,33 dm^3

Agua destilada: 0,33 dm^3 = 0,33 kg = 3 300 g

c) 500 dl = 50 ℓ = 50 dm^3

Agua destilada: 50 dm^3 = 50 kg = 50 000 g

d) 0,5 hl = 50 ℓ = 50 dm^3

Agua destilada: 50 dm^3 = 50 kg = 50 000 g

e) 6 dal = 60 ℓ = 60 dm^3

Agua destilada: 60 dm^3 = 60 kg = 60 000 g

f) 0,3 kl = 300 ℓ = 300 dm^3

Agua destilada: 300 dm^3 = 300 kg = 300 000 g

48. Página 246

a) 0,05 dam^3 = $0{,}05 \cdot 10^6$ dm^3 = 50 000 ℓ

Agua destilada: 50 000 ℓ = 50 000 kg

b) 80 dm^3 = 80 ℓ

Agua destilada: 80 ℓ = 80 kg

c) 500 cm^3 = 0,5 dm^3 = 0,5 ℓ

Agua destilada: 0,5 ℓ = 0,5 kg

d) 5 000 mm^3 = 0,005 dm^3 = 0,005 ℓ

Agua destilada: 0,005 ℓ = 0,005 kg

e) 0,006 hm^3 = 6 000 000 dm^3 = 6 000 000 ℓ

Agua destilada: 6 000 000 ℓ = 6 000 000 kg

f) 0,03 m^3 = 30 dm^3 = 30 ℓ

Agua destilada: 30 ℓ = 30 kg

49. Página 246

a) $978\ kg = 978\ dm^3 = 0{,}978\ m^3$

b) $5\,300\ kg = 5\,300\ dm^3 = 5{,}3\ m^3$

c) $80\,000\ g = 80\ kg = 80\ dm^3 = 0{,}08\ m^3$

d) $6{,}7\ t = 6{,}7\ m^3 = 6\,700\ dm^3$

e) $0{,}03\ t = 0{,}03\ m^3 = 30\ dm^3$

f) $1{,}008\ t = 1{,}008\ m^3 = 1\,008\ dm^3$

50. Página 246

Expresamos todas en la misma unidad de masa:

$0{,}3\ m^3 = 0{,}3\ t$ $\quad 50\,000\ \ell = 50\,000\ dm^3 = 50\ m^3 = 50\ t$ $\quad 420\,000\ dm^3 = 420\ m^3 = 420\ t$

$510\,000\,000\ cm^3 = 510\ m^3 = 510\ t$ $\quad 520\,000\ cl = 5\,200\ \ell = 5\,200\ dm^3 = 5{,}2\ m^3 = 5{,}2\ t$

Ordenadas quedan como sigue: $0{,}3\ m^3 < 520\,000\ cl < 50\,000\ \ell < 420\,000\ dm^3 < 510\,000\,000\ cm^3$

52. Página 246

La relación de la densidad es $d = \frac{m}{V}$ y habitualmente se expresa en kg/dm^3, de modo que pasamos a esas unidades los datos:

$270{,}92\ dag = 2{,}7092\ kg$ $\quad 200\ cm^3 = 0{,}2\ dm^3$

Así $d = \frac{2{,}7092}{0{,}2} = 13{,}546\ kg/dm^3$

53. Página 246

La relación de la densidad es $d = \frac{m}{V}$ y habitualmente se expresa en kg/dm^3, de modo que pasamos a esas unidades los datos:

$482{,}5\ g = 0{,}4825\ kg$

Así $d = \frac{0{,}4825}{0{,}025} = 19{,}3\ kg/dm^3$

54. Página 246

a) Hacemos las transformaciones de unidades apropiadas: $\frac{1820\ kg}{1\ m^3} \cdot \frac{1\ m^3}{1000\ dm^3} \cdot \frac{1\ dm^3}{1\ \ell} = 1{,}820\ kg/\ell$. Es decir, un litro de magnesio pesa 1,82 kg.

b) Hacemos las transformaciones de unidades apropiadas: $\frac{1820\ kg}{1\ m^3} \cdot \frac{1\ m^3}{1000000\ cm^3} \cdot \frac{1000\ g}{1\ kg} = 1{,}820\ g/cm^3$. Es decir, un centímetro cúbico de magnesio pesa 1,82 g.

55. Página 246

$m = d \cdot V \rightarrow 0{,}88\ g/cm^3 \cdot 1\,500\ cm^3 = 1\,320\ g$

56. Página 246

Expresamos con las mismas unidades de capacidad las cantidades dadas, para ello 1,2 $dm^3 = 1\,200\ cm^3$.

$m = d \cdot V \rightarrow 0{,}8\ g/cm^3 \cdot 1\,200\ cm^3 = 960\ g$

57. Página 246

$$V = \frac{m}{d} = \frac{240\ g}{0{,}862\ g/cm^3} = 278{,}42\ cm^3$$

58. Página 246

Primero tenemos que tener las dos cantidades expresadas con las mismas unidades de masa, para ello 6 kg = 6 000 g.

$$V = \frac{m}{d} = \frac{6000\ g}{10{,}5\ g/cm^3} = 571{,}43\ cm^3$$

59. Página 246

$V_{Ortoedro} = 3 \cdot 4 \cdot 18 = 216\ cm^3$

$V_{Cubo} = a^3 = 216 \rightarrow a = \sqrt[3]{216} = 6\ cm$

60. Página 246

A lo largo caben 4 (y sobra 1 cm). A lo ancho caben 2 y a lo alto solo 1.

$4 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \rightarrow$ Caben 8 cubos en el ortoedro y queda un ortoedro de dimensiones $1 \times 2 \times 4$ cm.

61. Página 247

a) $V = 3^3 = 27\ cm^3 = 27 \cdot 10^{-6}\ m^3$

b) $27 \cdot 10^{-6}\ m^3 = 27 \cdot 10^{-6}\ t = 27\ g$

62. Página 247

$V = 343 = a^3 \rightarrow a = 7$ cm

Conociendo la arista calculamos la diagonal de la base: $d^2 = 7^2 + 7^2 \rightarrow d = 9{,}90$ cm.

Calculamos ahora la diagonal del cubo: $D^2 = 9{,}9^2 + 7^2 \rightarrow D = 12{,}12$ cm.

64. Página 247

a) Conocemos la diagonal, aplicando dos veces el teorema de Pitágoras, podemos calcular la arista:

$D^2 = d^2 + a^2$ y $d^2 = a^2 + a^2$, de modo que $D^2 = 3a^2$

Por tanto, el cubo de diagonal 10 cm, tiene una arista que mide: $10^2 = 3a^2 \rightarrow 5{,}77$ cm

Su volumen es $V = 5{,}77^3 = 192{,}1\ cm^3$.

b) Siguiendo el mismo razonamiento que en el apartado anterior llegamos a que $20^2 = 3a'^2 \rightarrow a' = 11{,}55$.

Su volumen es $V = 11{,}55^3 = 1\,540{,}80\ cm^3$.

Al duplicar la diagonal aumenta 2^3, no se duplica.

65. Página 247

Si la diagonal de una de las caras mide 8, podemos calcular su arista: $d^2 = 8^2 = 2a^2 \rightarrow a = 5{,}66$ cm

$V = 5{,}66^3 = 181{,}32$ cm^3

$D^2 = a^2 + d^2 \rightarrow D = 9{,}80$ cm

66. Página 247

a) $V = 2{,}5^3 = 15{,}625$ cm^3

b) $a_p = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2} = \sqrt{9 - 2{,}25} = \sqrt{6{,}75} = 2{,}60$ cm

$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \dfrac{6 \cdot 3 \cdot 2{,}6}{2} \cdot 6 = 140{,}4$ cm^3

c) $a_p = \sqrt{9^2 - 5{,}5^2} = \sqrt{81 - 30{,}25} = \sqrt{50{,}75} = 7{,}12$ cm

$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \dfrac{11 \cdot 7{,}12}{2} \cdot 12 = 469{,}92$ cm^3

d) $V = 3 \cdot 4 \cdot 8 = 96$ cm^3

67. Página 247

Calculamos la apotema de la base: $5^2 = 2{,}5^2 + ap^2 \rightarrow ap = 4{,}33$ cm

$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4{,}33}{2} \cdot 8 = 519{,}6$ cm^3

68. Página 247

$V = \dfrac{1}{3}\ 15^2 \cdot 20 = 1\,500$ cm^3

69. Página 247

$V = A_{\text{Base}} \cdot h = l^2 \cdot 12 = 146$ cm$^3 \rightarrow l = 3{,}49$ cm

70. Página 247

a) Tenemos que restar al volumen del cubo, el volumen de una pirámide que tiene su misma base pero la mitad de altura.

$V_{\text{Total}} = V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Pirámide}} = 6^3 - \dfrac{1}{3}\ 6^2 \cdot 3 = 180$ cm^3

b) En este caso tenemos el volumen de un cubo menos el volumen de una pirámide de base un triángulo equilátero.

Calculamos el lado de la base de la pirámide: $l^2 = 4^2 + 4^2 \rightarrow l = 5{,}66$ cm. Calculamos la altura del triángulo de la base: $5{,}66^2 = 2{,}83^2 + h^2 \rightarrow h = 4{,}90$ cm

Calculamos ahora la altura de la pirámide, que forma un triángulo rectángulo con el lado de uno de los triángulos laterales y dos tercios de la altura del triángulo de la base: $4^2 = H^2 + 3{,}27^2 \rightarrow H = 2{,}30$ cm

$V_{\text{Total}} = V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Pirámide}} = 8^3 - \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{5{,}66 \cdot 4{,}9}{2} \cdot 2{,}3 = 501{,}17$ cm^3

71. Página 247

El volumen de cada pirámide es la sexta parte del volumen del cubo.

$V_{\text{Pirámide}} = V_{\text{Cubo}} : 6 = 16^3 : 6 = 682{,}67\ \text{cm}^3$

72. Página 247

$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 141{,}3\ \text{cm}^3$

73. Página 247

La diagonal del cilindro forma un triángulo rectángulo con la altura del cilindro y el diámetro de la base.

El diámetro de la base es el doble que el radio, el radio es el doble que la altura, de modo que *diámetro* $= 4h$.

$d^2 = h^2 + (4h)^2 \longrightarrow 12^2 = 17h^2 \longrightarrow h = 2{,}91\ \text{cm}$

Por lo que $r = 2 \cdot 2{,}91 = 5{,}82$ cm.

$V = \pi \cdot 5{,}82^2 \cdot 2{,}91 = 309{,}51\ \text{cm}^3$

74. Página 247

Sabemos que $r = h$, entonces $A = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 = 4\pi r^2 = 251{,}2\ \text{cm}^2 \longrightarrow r = 4{,}47\ \text{cm}$

$V = \pi \cdot 4{,}47^2 \cdot 4{,}47 = 280{,}45\ \text{cm}^3$

75. Página 247

Calculamos la altura del cilindro: $h = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3\ \text{cm}$

$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 37{,}68\ \text{cm}^3$

76. Página 247

$V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^3 = 300 \longrightarrow r = 4{,}57\ \text{cm}$

El diámetro mide $4{,}57 \cdot 2 = 9{,}14$ cm.

77. Página 247

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 8}{3} = 133{,}97\ \text{cm}^3$$

78. Página 247

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 12}{3} = 168\ \text{cm}^3 \longrightarrow r = \sqrt{\frac{3 \cdot 168}{\pi \cdot 12}} = 3{,}66\ \text{cm}$$

79. Página 247

$V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 8 = 122\ \text{cm}^3 \longrightarrow r = 2{,}20\ \text{cm}$

80. Página 247

$V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2\ 35{,}5 = 2\ \ell = 2\ \text{dm}^3 = 2\,000\ \text{cm}^3 \rightarrow r = 4{,}24$ cm.

El diámetro mide 8,48 cm.

81. Página 247

Calculamos la apotema del prisma: $4{,}5^2 = ap^2 + 2{,}25^2 \rightarrow ap = 3{,}9$ cm.

El radio de la base del cilindro coincide con la apotema del prisma.

$$V = V_{\text{Prisma}} - V_{\text{Cilindro}} = \frac{6 \cdot 4{,}5 \cdot 3{,}9}{2} \cdot 9 - \pi \cdot 3{,}9^2 \cdot 9 = 44{,}02\ \text{cm}^3$$

82. Página 248

a) $V_{\text{Total}} = V_{\text{Cilindro}} + V_{\text{Cono}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 + \frac{1}{3}\ \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 401{,}92\ \text{cm}^3$

b) $V_{\text{Total}} = V_{\text{Cilindro}} + V_{\text{Ortoedro}} = \pi \cdot 60^2 \cdot 12 + 80 \cdot 40 \cdot 60 = 327\,648\ \text{cm}^3$

83. Página 248

a) $V_{\text{Total}} = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Cono}} = \pi \cdot 8^2 \cdot 16 + \frac{1}{3}\ \pi \cdot 8^2 \cdot 8 = 3\,751{,}25\ \text{cm}^3$

b) Tenemos que calcular el radio de la circunferencia de la base, sabemos que la longitud de media circunferencia es 3, es decir $2\pi r/2 = 3 \rightarrow r = 0{,}96$ cm

$$V_{\text{Total}} = \frac{1}{2}\ V_{\text{Cilindro}} + \frac{1}{2}\ V_{\text{Cono}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0{,}96^2 \cdot 3 + \frac{1}{6}\ \pi \cdot 0{,}96^2 \cdot 3 = 5{,}79\ \text{cm}^3$$

84. Página 248

a) $V = \dfrac{4\pi \cdot 5^3}{3} = 523{,}33\ \text{cm}^3$

b) $V = \dfrac{4\pi \cdot 10^3}{3} = 4\,186{,}67\ \text{cm}^3$

85. Página 248

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 904{,}32}{4\pi}} = 6\ \text{cm}$$

$d = 2 \cdot 6 = 12$ cm

86. Página 248

$$A = 4\pi r^2 = 615{,}44\ \text{cm}^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{615{,}44}{4\pi}} = 7\ \text{cm}$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 7^3}{3} = 1\,436{,}03\ \text{cm}^3$$

87. Página 248

$$V = \frac{1}{4}\frac{4\pi r^3}{3} = \frac{\pi r^3}{3} = \frac{\pi \cdot 4^3}{3} = 66{,}99 \text{ cm}^3 \qquad V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} = 33{,}49 \text{ cm}^3$$

No, no son iguales. En un caso tenemos $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$ multiplicado por $\frac{\pi}{3}$ y en el otro $4 \cdot 2^3 = 2^2 \cdot 2^3 = 2^5$ multiplicado por $\frac{\pi}{3}$.

88. Página 248

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 30^3}{3} = 113\,040 \text{ cm}^3 = 113{,}04 \text{ dm}^3 = 113{,}04\ \ell$$

Si es agua destilada, pesaría 113,04 kg.

89. Página 248

$$V = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Esfera}} = \pi \cdot 8^2 \cdot 16 - \frac{4}{3}\pi \cdot 8^3 = 1\,071{,}79 \text{ cm}^3$$

90. Página 248

a) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 12^2\,(3 \cdot 20 - 12) = 7\,234{,}56 \text{ cm}^3$

b) $V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 10\,(10^2 + 3 \cdot 30^2 + 3 \cdot 20^2) = 20\,933{,}33 \text{ cm}^3$

c) $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 20^3\,\frac{100}{360} = 9\,303{,}70 \text{ cm}^3$

91. Página 248

No basta restar al volumen de la esfera el volumen del casquete y de la cuña, porque se restaría dos veces el espacio de intersección del casquete y la cuña. Si restamos una cuña de 90º, es como restar una cuarta parte del total, de modo que habrá que restar el casquete y la cuña, y luego añadir una cuarta parte del volumen del casquete, pues lo hemos restado dos veces.

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = 4{,}19 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{Casquete}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}3^2\,(3 \cdot 1 - 0{,}3) = 0{,}25 \text{ m}^3 \qquad V_{\text{Cuña}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3\,\frac{90}{360} = 1{,}05 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{Final}} = 4{,}19 - 0{,}25 - 1{,}05 + \frac{1}{4}\,0{,}25 = 2{,}95 \text{ m}^3$$

92. Página 248

$$V = V_{\text{Esfera}} - V_{\text{Zona}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 - \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 0{,}30\,(0{,}30^2 + 3 \cdot 0{,}75^2 + 3 \cdot 0{,}60^2) = 3{,}74 \text{ cm}^3$$

93. Página 248

$$V = 330 = \pi \cdot 3^2 \cdot h \rightarrow h = 11{,}68 \text{ cm}$$

94. Página 248

$V = \frac{4}{3}\ \pi \cdot 12^3 = 7\,234{,}56\ m^3$

La capacidad de gas que podemos meter es $7\,234{,}56 \cdot 33 = 238\,740{,}48\ m^3$.

95. Página 248

$V = 50\,000\ \ell = 50\,000\ dm^3 = 50\ m^3 = 5^2 \cdot h \longrightarrow h = 2\ m$

96. Página 248

$V_{Depósito} = \pi r^2 h + \frac{4\pi r^3}{3} = \pi \cdot 1^2 \cdot 6 + \frac{4\pi \cdot 1^3}{3} = 18{,}84 + 4{,}19 = 23{,}03\ m^3$

La capacidad del depósito es de $23{,}03\ m^3 = 23\,030\ dm^3 = 23\,030\ \ell$.

97. Página 248

$V = 6 \cdot 4 \cdot 2 = 48\ m^3 = 48\,000\ dm^3 = 48\,000\ \ell$

Cada minuto se arrojan a la piscina $85 \cdot 2 = 170\ \ell$, de modo que tardará en llenarse $48\,000\ \ell : 170\ \ell/min = 282{,}35\ min = 4\ h\ 42\ min\ 21\ s$.

98. Página 248

Calculamos la apotema de la base: $10^2 = 5^2 + ap^2 \longrightarrow ap = 8{,}66\ m$

$V = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8{,}66}{2} \cdot 20 = 5\,196\ m^3 = 5\,196\,000\ dm^3 = 5\,196\,000\ \ell$

El depósito tarda en llenarse $5\,196\,000\ \ell : 130\ \ell/min = 39\,969{,}23\ min = 666\ h\ 9\ min\ 13\ s$

$= 27$ días $18\ h\ 9\ min\ 13\ s$.

99. Página 248

$V_{Cono} = 94{,}2\ cl = 0{,}942\ \ell = 0{,}942\ dm^3 = 942\ cm^3 = \frac{1}{3}\ \pi \cdot r^2 \cdot 10 \longrightarrow r = 9{,}49\ cm$

El diámetro del cono es 18,98 cm.

100. Página 249

$V_1 = 25^2 \cdot 20 = 12\,500\ cm^3$ $\qquad$ $V_2 = 30 \cdot 40 \cdot 12 = 14\,400\ cm^3$

Cabe más zumo en el segundo envase, el de la base rectangular.

101. Página 249

$V = 31{,}4^3 = 30\,959{,}144\ cm^3$

$m = d \cdot V = 0{,}917\ g/cm^3 \cdot 30\,959{,}144\ cm^3 = 28\,389{,}54\ g$

102. Página 249

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 15^3 = 14\,130 \text{ cm}^3$$

$$m = d \cdot V = 11{,}4 \text{ g/cm}^3 \cdot 14\,130 \text{ cm}^3 = 161\,082 \text{ g} = 161{,}082 \text{ kg}$$

103. Página 249

Suponemos que el bote se ajusta a las pelotas de tenis, por lo que su base tendrá un radio de 4 cm y su altura será la de las tres pelotas de tenis ($8 \cdot 3 = 24$ cm).

$$V = V_{\text{Cilindro}} - 3V_{\text{Esfera}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 24 - 3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = 401{,}92 \text{ cm}^3$$

104. Página 249

$$V_{\text{Habitación}} = 3 \cdot 2 \cdot 2{,}5 = 15 \text{ m}^3$$

$$\frac{15 \text{ m}^3}{4 \cdot 15 \text{ m}^3\text{/día}} = 0{,}25 \text{ días} = 6 \text{ horas}$$

105. Página 249

$$V = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot h = \pi\,(12^2 - 8^2) \cdot 30 = 7\,536 \text{ cm}^3$$

$$m = d \cdot V = 7{,}87 \cdot 7\,536 = 59\,308{,}32 \text{ g} = 59{,}31 \text{ kg}$$

106. Página 249

$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 9 = 48 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{Cubo}} = 0{,}7^3 = 0{,}343 \text{ m}^3$$

$$48 : 0{,}343 = 139{,}94$$

Necesitará 140 bloques.

DEBES SABER HACER

1. Página 249

$$2\,503{,}24 \text{ dm}^3 = 2\,503 \text{ dm}^3\ 240 \text{ cm}^3 = 2 \text{ m}^3\ 503 \text{ dm}^3\ 240 \text{ cm}^3$$

2. Página 249

a) $12\,000{,}056 \text{ m}^3$

b) $7\,000\,125\,000{,}00003 \text{ dm}^3$

3. Página 249

$$1705{,}12 \text{ dam}^3 \cdot \frac{10^6 \text{ dm}^3}{1 \text{ dam}^3} = 1705120000 \text{ dm}^3$$

4. Página 249

a) $1{,}5\ \text{hl} \cdot \dfrac{1\ \text{kl}}{10\ \text{hl}} \cdot \dfrac{1\ \text{m}^3}{1\ \text{kl}} \cdot \dfrac{1000\ \text{kg}}{1\ \text{m}^3} = 150\ \text{kg}$

b) $860\ \text{dg} \cdot \dfrac{1\ \text{g}}{10\ \text{dg}} \cdot \dfrac{1\ \text{cm}^3}{1\ \text{g}} = 86\ \text{cm}^3$

c) $33\ \text{cl} \cdot \dfrac{10\ \text{ml}}{1\ \text{cl}} \cdot \dfrac{1\ \text{cm}^3}{1\ \text{ml}} = 330\ \text{cm}^3$

d) $8{,}25\ \text{dl} \cdot \dfrac{1\ \text{l}}{10\ \text{dl}} \cdot \dfrac{1\ \text{dm}^3}{1\ \text{l}} = 0{,}825\ \text{dm}^3$

5. Página 249

a) Primero calculamos la apotema de la base: $ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 6{,}93$ cm

$V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} \cdot 15 = 831{,}6\ \text{cm}^3$

b) $V = \dfrac{1}{3}\ \pi \cdot 3^2 \cdot 11 = 103{,}62\ \text{cm}^3$

6. Página 249

$V = 8^2 \cdot 12 = 768\ \text{cm}^3$

7. Página 249

$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 7 = 197{,}82\ \text{cm}^3$

8. Página 249

a) $V_{\text{Helado}} = V_{\text{Cono}} + \dfrac{1}{2}\ V_{\text{Esfera}} = \dfrac{\pi r^2 \cdot h}{3} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4\pi r^3}{3} = \dfrac{\pi \cdot 3^2 \cdot 7}{3} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4\pi \cdot 3^3}{3} = 122{,}46\ \text{cm}^3$

b) $V_{\text{Caja}} = 20 \cdot 40 \cdot 60 = 48\,000\ \text{cm}^3$

9. Página 249

250 ml = 0,25 ℓ = 0,25 dm^3 = 250 cm^3

En el frasco caben 250 : 10 = 25 jeringuillas.

10. Página 249

$1{,}2\ \text{hl} \cdot \dfrac{100\,000\ \text{ml}}{1\ \text{hl}} \cdot \dfrac{1\ \text{cm}^3}{1\ \text{ml}} = 120\,000\ \text{cm}^3$

$120\,000\ \text{cm}^3 \cdot \dfrac{1\ \text{min}}{250\ \text{cm}^3} = 480\ \text{min} = 8\ \text{horas}$

11. Página 249

$V_{\text{Total}} = V_{\text{Cilindro}} + V_{\text{Cono}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 2{,}5 + \dfrac{1}{3}\ \pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 2 = 96{,}29\ \text{m}^3$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

107. Página 250

a) Necesita una olla que tenga una capacidad de un litro o mayor.

$V_{Roja} = \pi \cdot 6^2 \cdot 9 = 1\,017{,}36\ cm^3 = 1{,}01736\ dm^3 \cong 1\ \ell$

$V_{Azul} = \pi \cdot 10^2 \cdot 14 = 4\,396\ cm^3 = 4{,}396\ dm^3 > 1\ \ell$

$V_{Blanca} = \pi \cdot 14^2 \cdot 20 = 12\,308{,}8\ cm^3 = 12{,}3088\ dm^3 > 1\ \ell$

En principio parece que le vale cualquier olla, pero con la roja no sería práctico cocinar, ya que tendría que tenerla llena hasta el borde.

b) $V_{Albóndiga} = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 113{,}04\ cm^3 = 0{,}113\ dm^3$

Prepara en total $4 \cdot 5 = 20$ albóndigas, que ocuparán un volumen de $20 \cdot 0{,}113\ dm^3 = 2{,}26\ dm^3$.

Como además se añade 1,5 ℓ, se necesita una capacidad de al menos $3{,}76\ dm^3$, de modo que podría prepararlas en la olla azul o la blanca.

c) $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 7^2 \cdot 23 = 1\,179{,}59\ cm^3$

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

108. Página 250

Sea largo $= l$ y ancho $= a$

Consideramos el cilindro 1 como aquel en que unimos el largo, así el perímetro de la base es el largo, de modo que $2\pi r_1 = l \rightarrow r_1 = \frac{l}{2\pi}$. Así el volumen es $V_1 = \pi \cdot \left(\frac{l}{2\pi}\right)^2 \cdot a = \frac{l^2 a}{4\pi}$.

Consideramos el cilindro 2 como aquel en que unimos el ancho, así el perímetro de la base es el ancho, de modo que $2\pi r_2 = a \rightarrow r_2 = \frac{a}{2\pi}$. Así el volumen es $V_2 = \pi \cdot \left(\frac{a}{2\pi}\right)^2 \cdot l = \frac{a^2 l}{4\pi}$.

Si multiplicamos los dos volúmenes por 4π y los dividimos por $a \cdot l$, nos queda $\frac{4\pi}{al}V_1 = l$ y $\frac{4\pi}{al}V_2 = a$

Como $l > a$, es mayor el volumen del cilindro 1.

109. Página 250

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot 3 \rightarrow r^2 = 4 \cdot 3^2 = 36 \rightarrow r = 6\ m$

110. Página 250

$V = A_b \cdot h = \frac{1}{3} A_b \cdot H \rightarrow 3h = H$

La altura del cono es tres veces la del cilindro.

111. Página 250

La altura del cilindro es el diámetro de la esfera, de modo que:

$$V = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Esfera}} = \pi \cdot r^2 \cdot 2r - \frac{4}{3}\,\pi \cdot r^3 = \frac{2}{3}\,\pi r^3$$

112. Página 250

En un minuto el aire que moviliza es $12 \cdot 500$ ml $= 6\,000$ ml $= 6$ ℓ $= 6$ dm^3.

PRUEBAS PISA

113. Página 251

Desde P1 se ven 4 caras.

Desde P2 se ven 3 caras.

Desde P3 se ve 1 cara.

Desde P4 se ven 2 caras.

Desde P5 se ven 2 caras.