Proporcionalidad numérica

8

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 146

a) $2\cdot 10 = 20 \neq 35 = 7\cdot 5 \rightarrow$ Las fracciones $\frac{2}{7}$ y $\frac{5}{10}$ no son equivalentes.

b) $4\cdot 15 = 60 = 5\cdot 12 \rightarrow$ Las fracciones $\frac{4}{5}$ y $\frac{12}{15}$ son equivalentes.

c) $9\cdot 20 = 180 = 4\cdot 45 \rightarrow$ Las fracciones $\frac{9}{4}$ y $\frac{45}{20}$ son equivalentes.

d) $3\cdot 72 = 216 = 8\cdot 27 \rightarrow$ Las fracciones $\frac{3}{8}$ y $\frac{27}{72}$ son equivalentes.

2. Página 146

a) $3x = 12\cdot 5 = 60 \rightarrow x = \frac{60}{3} = 20$

b) $5x = 4\cdot 25 = 100 \rightarrow x = \frac{100}{5} = 20$

c) $4\cdot 16 = 64 = 32x \rightarrow x = \frac{64}{32} = 2$

d) $4\cdot 16 = 64 = 8x \rightarrow x = \frac{64}{8} = 8$

3. Página 146

a) La velocidad de un coche es una magnitud.

b) Los nombres de los jugadores de un equipo de baloncesto no son magnitudes.

c) El tiempo que tarda un tren en realizar un recorrido es una magnitud.

d) La cantidad de fruta que come una familia en una semana es una magnitud.

VIDA COTIDIANA

EL GRIFO. Página 147

2 min y 20 s = 2 · 60 + 20 = 140 s   8 min = 8 · 60 = 480 s

Tiempo (s)		Volumen agua (*l*)
140	→	10
480	→	*x*

$$\frac{140}{480} = \frac{10}{x} \rightarrow 140x = 480\cdot 10 = 4\,800 \rightarrow x = \frac{4\,800}{140} = 34{,}29\ l.$$

En 8 minutos el grifo vierte 34,29 litros.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 149

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{a}{b}=\dfrac{2}{3}\\ b=6+a\end{array}\right\}\rightarrow 3a=2b\xrightarrow{b=6+a}3a=2(6+a)=12+2a\rightarrow a=12$$

$$b=6+a\xrightarrow{a=12}b=18$$

La fracción pedida es $\frac{12}{18}$.

RETO 2. Página 152

N.º de vacas		Tiempo (días)
4	$\rightarrow$	6
3	$\rightarrow$	x

Al disminuir el número de vacas el tiempo que dura el pienso aumenta, son magnitudes inversamente proporcionales.

$$\frac{4}{3}=\frac{x}{6}\rightarrow 3x=4\cdot 6=24\rightarrow x=\frac{24}{3}=8 \text{ días}$$

Si vende una vaca, tiene pienso para 8 días.

RETO 3. Página 154

Respuesta abierta. Por ejemplo:

1 y 2 2 y 4 3 y 6 …

En general sirve cualquier pareja de números tales que uno sea el doble del otro.

RETO 4. Página 158

Antes		Ahora
100	$\rightarrow$	108
x €	$\rightarrow$	378 €

$$\frac{100}{x}=\frac{108}{378}\rightarrow 108x=378\cdot 100=37\,800\rightarrow x=\frac{37\,800}{108}=350 \text{ €}$$

El televisor antes valía 350 €.

ACTIVIDADES

1. Página 148

a) La razón es $\frac{2{,}5}{5}=0{,}5$. La constante de proporcionalidad es 0,5.

b) La razón es $\frac{16}{20}=0{,}8$. La constante de proporcionalidad es 0,8.

c) La razón es $\frac{5\text{ kg}}{4\text{ m}^2}=1{,}25\text{kg/m}^2$. La constante de proporcionalidad es 1,25 kg/m^2.

2. Página 148

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) 6 y 2, la razón es $\frac{6}{2}=3$

b) 3 y 2, la razón es $\frac{3}{2}=1{,}5$

c) 1 y 2, la razón es $\frac{1}{2}=0{,}5$

d) 2 y 5, la razón es $\frac{2}{5}=0{,}4$

3. Página 148

a) $\frac{m}{5}=\frac{2}{10}\rightarrow 10m=2\cdot 5=10\rightarrow m=1$

b) $\frac{2}{6}=\frac{m}{60}\rightarrow 6m=2\cdot 60=120\rightarrow m=20$

c) $\frac{1}{m}=\frac{7}{14}\rightarrow 7m=1\cdot 14=14\rightarrow m=2$

4. Página 149

a) $\frac{4}{18}=\frac{10}{x}\rightarrow 4x=18\cdot 10\rightarrow x=\frac{18\cdot 10}{4}=45$

b) $\frac{4}{2}=\frac{x}{3}\rightarrow 2x=4\cdot 3\rightarrow x=\frac{4\cdot 3}{2}=6$

c) $\frac{2}{0{,}5}=\frac{3}{x}\rightarrow 2x=0{,}5\cdot 3\rightarrow x=\frac{0{,}5\cdot 3}{2}=0{,}75$

d) $\frac{x}{12}=\frac{20}{16}\rightarrow 16x=12\cdot 20\rightarrow x=\frac{12\cdot 20}{16}=15$

e) $\frac{5}{x}=\frac{15}{9}\rightarrow 15x=5\cdot 9\rightarrow x=\frac{5\cdot 9}{15}=3$

f) $\frac{3}{4{,}5}=\frac{x}{6}\rightarrow 4{,}5x=3\cdot 6\rightarrow x=\frac{3\cdot 6}{4{,}5}=4$

5. Página 149

$$\frac{1{,}5}{2}=\frac{x}{6}\rightarrow 2x=1{,}5\cdot 6\rightarrow x=\frac{1{,}5\cdot 6}{2}=4{,}5$$

Por 6 kg pagaría 4,50 €.

6. Página 149

$$\left.\begin{array}{l}\frac{10}{b}=\frac{6}{d}\\ b-d=2\end{array}\right\}\rightarrow b=2+d\rightarrow 10d=6b\xrightarrow{b=2+d}10d=6(2+d)=12+6d\rightarrow 4d=12\rightarrow d=3$$

$$b=2+d\xrightarrow{d=3}b=5$$

Los valores buscados son $b=5$ y $d=3$.

7. Página 150

$\frac{4}{12}=\frac{6}{18}=0{,}\widehat{3}\neq 0{,}286=\frac{8}{28}\rightarrow$ No son magnitudes directamente proporcionales.

$\frac{5}{6}=\frac{7}{8{,}4}=\frac{9}{10{,}8}=0{,}8\widehat{3}\rightarrow$ Son magnitudes directamente proporcionales.

8. Página 150

$$\frac{a}{20}=\frac{9}{b}=\frac{10}{c}=\frac{d}{30}=2{,}5 \rightarrow a=20\cdot 2{,}5=50;\ b=\frac{9}{2{,}5}=6{,}3;\ c=\frac{10}{2{,}5}=4;\ d=30\cdot 2{,}5=75$$

9. Página 150

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Dos magnitudes directamente proporcionales son el espacio recorrido a una velocidad constante y el tiempo empleado en recorrerlo. Si la velocidad es de 10 km/h, la tabla de proporcionalidad es:

Distancia (km)	5	10	15	20	30
Tiempo (h)	0,5	1	1,5	2	3

10. Página 151

a) Leche (ℓ) → Harina (kg)

$8 \rightarrow 5$

$x \rightarrow 12$

$$\frac{8}{x}=\frac{5}{12} \rightarrow x=\frac{8\cdot 12}{5}=19{,}2$$

Para 12 kg de harina, se tendrán que poner 19,2 litros de leche.

b) Leche (ℓ) → Harina (kg)

$8 \rightarrow 5$

$20 \rightarrow x$

$$\frac{8}{20}=\frac{5}{x} \rightarrow x=\frac{20\cdot 5}{8}=12{,}5$$

Para 20 litros de leche, se tendrán que poner 12,5 kg de harina.

11. Página 151

a) Plano (cm) → Realidad (m)

$4 \rightarrow 10$

$10 \rightarrow x$

$$\frac{4}{10}=\frac{10}{x} \rightarrow x=\frac{10\cdot 10}{4}=25$$

10 cm en el plano representan 25 m en la realidad.

b) Plano (cm) → Realidad (m)

$4 \rightarrow 10$

$x \rightarrow 25$

$$\frac{4}{x}=\frac{10}{25} \rightarrow x=\frac{25\cdot 4}{10}=10$$

25 m en la realidad, son representadas por 10 cm en el plano.

12. Página 151

a) Distancia → Pasos

Distancia		Pasos
3,2	→	4
x	→	30

$$\frac{3,2}{x}=\frac{4}{30}\rightarrow x=\frac{3,2\cdot 30}{4}=24$$

Al dar 30 pasos, recorre 24 metros.

b)

Distancia		Pasos
3,2	→	4
1 600	→	x

$$\frac{3,2}{1600}=\frac{4}{x}\rightarrow x=\frac{4\cdot 1600}{3,2}=2000$$

Para recorrer 1 600 metros, María tiene que dar 2 000 pasos.

13. Página 151

a)

Hamburguesas		Precio (€)
4	→	26
x	→	45,50

$$\frac{4}{x}=\frac{26}{45,5}\rightarrow x=\frac{4\cdot 45,5}{26}=7$$

Con 45,50 € podemos comprar 7 hamburguesas.

b)

Hamburguesas		Precio (€)
4	→	26
9	→	x

$$\frac{4}{9}=\frac{26}{x}\rightarrow x=\frac{9\cdot 26}{4}=58,50$$

Para comprar 9 hamburguesas necesitamos 58,50 €. Por lo tanto, con 58 € no podemos comprar 9 hamburguesas.

14. Página 151

a)

Gasolina (ℓ)		Distancia (km)
7,2	→	100
x	→	250

$$\frac{7,2}{x}=\frac{100}{250}\rightarrow x=\frac{7,2\cdot 250}{100}=18$$

Para una distancia de 250 km, se necesitan 18 litros de gasolina.

b)

Gasolina (ℓ)		Distancia (km)
7,2	→	100
50,4	→	x

$$\frac{7,2}{50,4}=\frac{100}{x}\rightarrow x=\frac{50,4\cdot 100}{7,2}=700$$

Con 50,4 litros de gasolina puede recorrer 700 km.

c) Gasolina (ℓ) → Precio (€)

$1 \to 1{,}20$

$x \to 86{,}40$

$\frac{1}{x} = \frac{1{,}2}{86{,}4} \to x = \frac{86{,}4 \cdot 1}{1{,}2} = 72$

Con 86,40 € se pueden pagar 72 litros de gasolina.

Gasolina (ℓ) → Distancia (km)

$7{,}2 \to 100$

$72 \to x$

$\frac{7{,}2}{72} = \frac{100}{x} \to x = \frac{72 \cdot 100}{7{,}2} = 1\,000$

Con 86,40 € puede recorrer 1 000 km.

15. Página 152

$2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 6 \cdot 4 = 24 \to$ Las magnitudes *A* y *B* son magnitudes inversamente proporcionales.

$10 \cdot 2 = 20 \neq 12 \cdot 4 = 48 \neq 14 \cdot 6 = 84 \to$ Las magnitudes *A* y *B* no son magnitudes inversamente proporcionales.

16. Página 152

$2 \cdot a = b \cdot 12 = c \cdot 8 = 4 \cdot d = 48 \to a = \frac{48}{2} = 24,\ b = \frac{48}{12} = 4,\ c = \frac{48}{8} = 6,\ d = \frac{48}{4} = 12$

17. Página 152

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Dos magnitudes inversamente proporcionales son la velocidad utilizada para recorrer un espacio determinado y el tiempo en recorrerlo. Si el espacio es de 10 km, la tabla de proporcionalidad es:

Velocidad (km/h)	20	10	5	2,5	1
Tiempo (h)	0,5	1	2	4	10

18. Página 153

a) Velocidad (km/h) → Tiempo (h)

$200 \to 3$

$100 \to x$

$\frac{200}{100} = \frac{x}{3} \to x = \frac{3 \cdot 200}{100} = 6$

A 100 km/h tardaría 6 horas en recorrer el trayecto.

b) Velocidad (km/h) → Tiempo (h)

$200 \to 3$

$x \to 4$

$\frac{200}{x} = \frac{4}{3} \to x = \frac{3 \cdot 200}{4} = 150$

Para tardar 4 horas, la velocidad a la que debería ir es de 150 km/h.

19. Página 153

a) Pintores → Tiempo (h)

Pintores		Tiempo (h)
10	→	14
11	→	x

$$\frac{10}{11} = \frac{x}{14} \to x = \frac{10 \cdot 14}{11} = 12{,}73$$

Con un pintor más tardarían 12,73 días.

b)

Pintores		Tiempo (h)
10	→	14
x	→	5

$$\frac{10}{x} = \frac{5}{14} \to x = \frac{10 \cdot 14}{5} = 28$$

Para terminar la tarea en 5 días se necesitarían 28 pintores.

20. Página 153

a)

Personas		Dinero (€)
15	→	20
10	→	x

$$\frac{15}{10} = \frac{x}{20} \to x = \frac{20 \cdot 15}{10} = 30$$

Si fueran 5 personas menos, cada uno tendría que poner 30 €.

b)

Personas		Dinero (€)
15	→	20
12	→	x

$$\frac{15}{12} = \frac{x}{20} \to x = \frac{20 \cdot 15}{12} = 25$$

Si fueran 12 personas, cada uno tendría que poner 25 €.

21. Página 153

a)

Científicos		Tiempo (días)
12	→	20
10	→	x

$$\frac{12}{10} = \frac{x}{20} \to x = \frac{20 \cdot 12}{10} = 24$$

Si fuesen 10 científicos, la comida duraría 24 días.

b)

Científicos		Tiempo (días)
12	→	20
x	→	8

$$\frac{12}{x} = \frac{8}{20} \to x = \frac{20 \cdot 12}{8} = 30$$

Para que la comida durase 8 días deberían ir 30 científicos.

c) Pasados 2 días, quedaría comida para 12 científicos durante 18 días.

Científicos		Tiempo (días)
12	$\rightarrow$	18
8	$\rightarrow$	x

$$\frac{12}{8} = \frac{x}{18} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 12}{8} = 27$$

Si a los dos días se marchan 4 científicos, la comida durará 27 días.

Es decir, en total la comida duraría 29 días.

22. Página 154

a) $k = \dfrac{400}{5 + 15} = 20$

b) $k = \dfrac{400}{\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{15}} = 1500$

23. Página 154

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Si entre tres personas compran una tarta, un reparto directamente proporcional es repartir la cantidad de tarta en función de la cantidad de dinero que invirtió cada persona.

Si dos personas alquilan una consola de videojuegos, un reparto directamente proporcional es repartir la cantidad que tiene que pagar cada uno, en función de las horas que usa cada uno la consola.

24. Página 154

Si las partes obtenidas son todas iguales, las cantidades iniciales son iguales.

25. Página 155

a) $k = \dfrac{180}{4 + 5} = 20 \rightarrow$ A 4 le corresponden: $4 \cdot 20 = 80$ y a 5 le corresponden: $5 \cdot 20 = 100$.

b) $k = \dfrac{180}{2 + 7} = 20 \rightarrow$ A 2 le corresponden: $2 \cdot 20 = 40$ y a 7 le corresponden: $7 \cdot 20 = 140$.

c) $k = \dfrac{180}{3 + 5 + 10} = 10 \rightarrow$ A 3 le corresponden: $3 \cdot 10 = 30$, a 5 le corresponden: $5 \cdot 10 = 50$ y a 10 le corresponden: $10 \cdot 10 = 100$.

d) $k = \dfrac{180}{2 + 7 + 9} = 10 \rightarrow$ A 2 le corresponden: $2 \cdot 10 = 20$, a 7 le corresponden: $7 \cdot 10 = 70$ y a 9 le corresponden: $9 \cdot 10 = 90$.

e) $k = \dfrac{180}{20 + 30 + 50} = 1{,}8 \rightarrow$ A 20 le corresponden: $20 \cdot 1{,}8 = 36$, a 30 le corresponden: $30 \cdot 1{,}8 = 54$ y a 50 le corresponden: $50 \cdot 1{,}8 = 90$.

f) $k = \dfrac{180}{10 + 35 + 45} = 2 \rightarrow$ A 10 le corresponden: $10 \cdot 2 = 20$, a 35 le corresponden: $35 \cdot 2 = 70$ y a 45 le corresponden: $45 \cdot 2 = 90$.

26. Página 155

a) $k = \frac{90}{4+5} = 10 \rightarrow$ A 4 le corresponden: 4 · 10 = 40 y a 5 le corresponden: 5 · 10 = 50.

b) $k = \frac{90}{8+10} = 5 \rightarrow$ A 8 le corresponden: 8 · 5 = 40 y a 10 le corresponden: 10 · 5 = 50.

c) $k = \frac{90}{10+20} = 3 \rightarrow$ A 10 le corresponden: 10 · 3 = 30 y a 20 le corresponden: 20 · 3 = 60.

De los resultados del apartado a) y b), se deduce que si las cantidades entre las que hacemos el reparto son proporcionales, entonces el reparto es igual.

27. Página 155

a) $k = \frac{60}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 72 \rightarrow$ A 2 le corresponden: $\frac{1}{2} \cdot 72 = 36$ y a 3 le corresponden: $\frac{1}{3} \cdot 72 = 24$.

b) $k = \frac{60}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = 120 \rightarrow$ A 3 le corresponden: $\frac{1}{3} \cdot 120 = 40$ y a 6 le corresponden: $\frac{1}{6} \cdot 120 = 20$.

c) $k = \frac{60}{\frac{1}{6}+\frac{1}{9}} = 216 \rightarrow$ A 6 le corresponden: $\frac{1}{6} \cdot 216 = 36$ y a 9 le corresponden: $\frac{1}{9} \cdot 216 = 24$.

d) $k = \frac{60}{\frac{1}{9}+\frac{1}{36}} = 432 \rightarrow$ A 9 le corresponden: $\frac{1}{9} \cdot 432 = 48$ y a 36 le corresponden: $\frac{1}{36} \cdot 432 = 12$.

e) $k = \frac{60}{\frac{1}{2}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}} = 90 \rightarrow$ A 2 le corresponden: $\frac{1}{2} \cdot 90 = 45$, a 9 le corresponden: $\frac{1}{9} \cdot 90 = 10$ y a 18 le corresponden $\frac{1}{18} \cdot 90 = 5$.

f) $k = \frac{60}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}} = 108 \rightarrow$ A 3 le corresponden: $\frac{1}{3} \cdot 108 = 36$, a 6 le corresponden: $\frac{1}{6} \cdot 108 = 18$ y a 18 le corresponden $\frac{1}{18} \cdot 108 = 6$.

28. Página 155

Hallamos la constante de proporcionalidad directa: $k = \frac{300}{14+16} = 10$.

Al tren con 14 vagones le corresponden: 14 · 10 = 140 pasajeros.

Al tren con 16 vagones le corresponden: 16 · 10 = 160 pasajeros.

29. Página 155

Hallamos la constante de proporcionalidad inversa: $k = \dfrac{400}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}} = 960$.

Al tren con 4 años de antigüedad le corresponden: $\frac{1}{4}\cdot 960 = 240$ pasajeros.

Al tren con 6 años de antigüedad le corresponden: $\frac{1}{6}\cdot 960 = 160$ pasajeros.

Al reemplazar el tren más viejo, hallamos la nueva constante de proporcionalidad inversa: $k = \dfrac{400}{\frac{1}{4}+\frac{1}{1}} = 320$.

Al tren con 4 años de antigüedad le corresponden: $\frac{1}{4}\cdot 320 = 80$ pasajeros.

Al tren con 1 año de antigüedad le corresponden: $\frac{1}{1}\cdot 320 = 320$ pasajeros.

30. Página 156

a) El treinta y cinco por ciento de los alumnos de este instituto hacen deporte todas las semanas. Significa que de cada 100 alumnos, treinta y cinco hacen deporte todas las semanas.

b) El ochenta por ciento de las personas encuestadas comen fruta todos los días. Significa que de cada 100 personas encuestadas, ochenta comen fruta todos los días.

c) De los asistentes a una función de teatro, el setenta y dos por ciento eran mujeres. Significa que de cada 100 asistentes a la obra de teatro, setenta y dos eran mujeres.

31. Página 156

a) 15 % de 20 $= \dfrac{15\cdot 20}{100} = 3$

b) 30 % de 90 $= \dfrac{30\cdot 90}{100} = 27$

c) 14 % de 250 $= \dfrac{14\cdot 250}{100} = 35$

32. Página 156

a) El 20 % de 30 es menor que el 20 % de 70, ya que le estamos aplicando el mismo porcentaje a una cantidad mayor.

b) El 70 % de 20 es igual al 20 % de 70, ya que $\dfrac{70\cdot 20}{100} = \dfrac{20\cdot 70}{100}$.

33. Página 156

Si ha acertado el 72 % de las preguntas, ha fallado el 100 − 72 = 28 % de las preguntas.

Ha fallado el 28 % de 25 $= \dfrac{28\cdot 25}{100} = 7$. Ha fallado 7 preguntas.

34. Página 156

a) Cantidad → Porcentaje

Cantidad		Porcentaje
12	→	6
100	→	x

$\frac{12}{100}=\frac{6}{x}\rightarrow x=\frac{100\cdot 6}{12}=50\rightarrow$ 6 es el 50 % de 12.

b)

Cantidad		Porcentaje
8	→	2
100	→	x

$\frac{8}{100}=\frac{2}{x}\rightarrow x=\frac{100\cdot 2}{8}=25\rightarrow$ 2 es el 25 % de 8.

35. Página 157

a)

Tiros		Caras
7	→	4
100	→	x

$\frac{7}{100}=\frac{4}{x}\rightarrow x=\frac{100\cdot 4}{7}=57{,}14\rightarrow$ Las caras representan el 57,14 % del total.

b) Han salido 7 − 4 = 3 cruces.

36. Página 157

Si han ido el 85 % de los alumnos, no han ido el 100 − 85 = 15 % de los alumnos.

No han ido el 15 % de 60 $=\frac{15\cdot 60}{100}=9$. No han ido 9 alumnos.

37. Página 157

Jugados		Ganados
100	→	65
x	→	26

$\frac{100}{x}=\frac{65}{26}\rightarrow x=\frac{100\cdot 26}{65}=40\rightarrow$ Han jugado 40 partidos.

38. Página 157

Padre de Lourdes:

Sueldo		Impuestos
26 000	→	5 200
100	→	x

$\frac{26000}{100}=\frac{5200}{x}\rightarrow x=\frac{100\cdot 5200}{26000}=20\rightarrow$ El padre de Lourdes paga un 20 % de impuestos.

Madre de Esteban:

Sueldo		Impuestos
46 500	$\rightarrow$	8 370
100	$\rightarrow$	x

$\frac{46500}{100} = \frac{8370}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 8370}{46500} = 18 \rightarrow$ La madre de Esteban paga un 18 % de impuestos.

Paga un porcentaje de impuestos más alto el padre de Lourdes.

39. Página 157

Jugados		Ganados
45	$\rightarrow$	$45 - 18 = 27$
100	$\rightarrow$	X

$\frac{45}{100} = \frac{27}{X} \rightarrow X = \frac{100 \cdot 27}{45} = 60 \rightarrow$ El primer equipo ha ganado el 60 % de los partidos.

Jugados		Ganados
49	$\rightarrow$	20
100	$\rightarrow$	X

$\frac{49}{100} = \frac{20}{X} \rightarrow X = \frac{100 \cdot 20}{49} = 40{,}82 \rightarrow$ El segundo equipo ha ganado el 40,82 % de los partidos.

El primer equipo tiene un porcentaje mejor de resultados.

40. Página 157

Trabajadores		Mujeres
5	$\rightarrow$	3
100	$\rightarrow$	x

$\frac{5}{100} = \frac{3}{X} \rightarrow X = \frac{100 \cdot 3}{5} = 60 \rightarrow$ El 60 % de los trabajadores son mujeres.

41. Página 158

a) 35 + 20 % de 35 $= \frac{120 \cdot 35}{100} = 42$

b) 80 + 30 % de 80 $= \frac{130 \cdot 80}{100} = 104$

c) 120 + 60 % de 120 $= \frac{160 \cdot 120}{100} = 192$

42. Página 158

Hallamos el 102 % de 1 500 €: 102 % de 1 500 $= \frac{102 \cdot 1500}{100} = 1530$ €. Ahora cobra 1 530 € al mes.

43. Página 158

Sin descuento el coste sería: $20 \cdot 15 = 300$ €.

Hallamos el 90 % de 300 €: 90 % de 300 $= \frac{90 \cdot 300}{100} = 270$

Teresa paga 270 €.

44. Página 158

El descuento del sofá es menor que el 20 %, ya que el segundo descuento del 10 % lo estamos aplicando a una cantidad menor que la de partida, porque ya había sido rebajado un 10 % anteriormente.

En un caso se paga por el sofá $0,9 \cdot 0,9 \cdot 500 = 405$ € y en el otro $0,8 \cdot 500 = 400$ €. El descuento es mayor en el segundo caso.

45. Página 158

Sin IVA		Con IVA
100	$\rightarrow$	104
x	$\rightarrow$	20

$$\frac{100}{x} = \frac{104}{20} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 20}{104} = 19,23$$

El precio sin IVA es de 19,23 €.

46. Página 158

Sin rebaja		Con rebaja
100	$\rightarrow$	92
x	$\rightarrow$	2 760

$$\frac{100}{x} = \frac{92}{2760} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 2760}{92} = 3000$$

El precio inicial de la motocicleta es de 3 000 €.

47. Página 159

Primer cambio: disminución de un 2 %.

Sin rebaja		Con rebaja
100	$\rightarrow$	98
20	$\rightarrow$	x

$$x = \frac{98 \cdot 20}{100} = 19,6$$

Segundo cambio: aumento de un 4 % de IVA.

Sin IVA		Con IVA
100	$\rightarrow$	104
19,6	$\rightarrow$	x

$$x = \frac{19,6 \cdot 104}{100} = 20,38$$

Sonia paga por el libro 20,38 €.

48. Página 159

Primer cambio: aumento de un 2 %. Segundo cambio: aumento de un 1 %.

Año – 2		Año – 1	
100	$\rightarrow$	102	$\rightarrow x = \dfrac{102 \cdot 1200}{100} = 1224$
1 200	$\rightarrow$	x	

Año – 1		Año actual	
100	$\rightarrow$	101	$\rightarrow x = \dfrac{101 \cdot 1224}{100} = 1236,24$
1 224	$\rightarrow$	x	

Ramón gana ahora 1 236,24 € al mes.

Porcentaje de subida: 101 % del 102 % = $\dfrac{101}{100} \cdot \dfrac{102}{100} = 1,0302 \rightarrow$ 103,02 %. El porcentaje de subida ha sido 3,02 %.

49. Página 159

Primer cambio: disminución de un 15 %.

Sin rebaja		Con rebaja	
100	$\rightarrow$	85	$\rightarrow x = \dfrac{85 \cdot 12}{100} = 10,2$
12	$\rightarrow$	x	

Segundo cambio: aumento de un 21 % de IVA.

Sin IVA		Con IVA	
100	$\rightarrow$	121	$\rightarrow x = \dfrac{10,2 \cdot 121}{100} = 12,34$
10,2	$\rightarrow$	x	

Pago por el disco 12,34 €.

Porcentaje que supone el precio final sobre el inicial: 121 % del 85 % = $\dfrac{121}{100} \cdot \dfrac{85}{100} = 1,0285 \rightarrow$ 102,85 %.

50. Página 159

Primer cambio – lunes: aumento de un 3 %.

Apertura		Cierre	
100	$\rightarrow$	103	$\rightarrow x = \dfrac{103 \cdot 15}{100} = 15,45$
15	$\rightarrow$	x	

Segundo cambio – martes: disminución de un 7 %.

Apertura		Cierre	
100	$\rightarrow$	93	$\rightarrow x = \dfrac{15,45 \cdot 93}{100} = 14,37$
15,45	$\rightarrow$	x	

Tercer cambio – miércoles: aumento de un 10 %.

Apertura		Cierre	
100	$\rightarrow$	110	$\rightarrow x = \dfrac{110 \cdot 14,37}{100} = 15,81$
14,37	$\rightarrow$	x	

El jueves comienza con 15,81 €.

El valor es mayor que el inicial al final del lunes y al final del miércoles.

51. Página 159

a) Primer cambio: disminución de un 10 %.

Antes		Después
100	$\rightarrow$	90
40	$\rightarrow$	x

$\rightarrow x = \dfrac{90 \cdot 40}{100} = 36$

Después de la primera rebaja el ramo costaba 36 €.

b) Segundo cambio: disminución de un 10 %.

Antes		Después
100	$\rightarrow$	90
36	$\rightarrow$	x

$\rightarrow x = \dfrac{90 \cdot 36}{100} = 32{,}4$

Al final costaba 32,4 €.

c) Porcentaje de rebaja total: 90 % del 90 % = $\dfrac{90}{100} \cdot \dfrac{90}{100} = 0{,}81 \rightarrow$ 81 %.

52. Página 159

El precio final es de 504 €. Deshacemos los cambios de precio para calcular el precio de partida.

Segundo cambio: aumento de un 5 %.

Antes		Después
100	$\rightarrow$	105
x	$\rightarrow$	504

$\rightarrow x = \dfrac{504 \cdot 100}{105} = 480$

Primer cambio: aumento de un 20 %.

Antes		Después
100	$\rightarrow$	120
x	$\rightarrow$	480

$\rightarrow x = \dfrac{480 \cdot 100}{120} = 400$

Al principio, el producto costaba 400 €.

53. Página 159

Son mejores tres subidas consecutivas del 2 % que una del 6 %, ya que al realizar las tres subidas consecutivas, la segunda y la tercera las estamos aplicando a un valor mayor que el de partida, y el aumento será mayor.

Tres subidas consecutivas del 2 % serán: $1{,}02 \cdot (1{,}02 \cdot (1{,}02x) = 1{,}061208x$

Una subida del 6 € será: $1{,}06x$.

Si el sueldo inicial es de 1 000 €, el sueldo final con tres subidas del 2 % es: 1,061208 · 1 000 = 1 061,21 €

Lo calculamos con una única subida del 6 %: 1,06 · 1 000 = 1 060 €

Hay 1 061,21 – 1 060 = 1,21 € de diferencia.

ACTIVIDADES FINALES

54. Página 160

a) La razón entre chicos y chicas es $\dfrac{12}{13} = 0{,}923$.

b) La razón entre chicas y chicos es $\dfrac{13}{12} = 1{,}083$.

c) La razón de chicas con respecto al total es $\dfrac{13}{25} = 0{,}52$.

55. Página 160

a) La razón entre los caramelos de limón y los de fresa es $\frac{10}{8} = 1{,}25$.

b) La razón entre los caramelos de menta con respecto al total es $\frac{9}{27} = \frac{1}{3} = 0{,}\widehat{3}$.

56. Página 160

a) $2 \cdot 9 = 18 = 3 \cdot 6 \rightarrow$ Es una proporción.

b) $8 \cdot 8 = 64 = 4 \cdot 16 \rightarrow$ Es una proporción.

c) $5 \cdot 21 = 105 \neq 240 = 12 \cdot 20 \rightarrow$ No es una proporción.

d) $4 \cdot 14 = 56 = 7 \cdot 8 \rightarrow$ Es una proporción.

57. Página 160

Las proporciones posibles son: $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{6}{6}$, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$, $\frac{4}{3}$ y $\frac{6}{2}$.

58. Página 160

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{20}{50} = \frac{2}{5} = \frac{10}{25}$

b) $\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21}$

59. Página 160

$\frac{a}{12} = \frac{3}{9} \rightarrow 9a = 3 \cdot 12 = 36 \rightarrow a = 4$

60. Página 160

La proporción de alumnos a los que les gusta el queso es: $\frac{2}{3} = \frac{x}{30} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 30}{3} = 20$

No les gusta el queso a $30 - 20 = 10$ alumnos.

61. Página 160

a) $\frac{17}{25} = \frac{51}{x} \rightarrow x = \frac{51 \cdot 25}{17} = 75$

b) $\frac{x}{2} = \frac{15}{6} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 15}{6} = 5$

c) $\frac{25}{x} = \frac{36}{720} \rightarrow x = \frac{720 \cdot 25}{36} = 500$

62. Página 160

a) $\frac{x}{3}=\frac{6}{9}\rightarrow x=\frac{3\cdot 6}{9}=2$

b) $\frac{45}{6}=\frac{x}{60}\rightarrow x=\frac{45\cdot 60}{6}=450$

c) $\frac{18}{x}=\frac{27}{3}\rightarrow x=\frac{18\cdot 3}{27}=2$

d) $\frac{144}{120}=\frac{42}{x}\rightarrow x=\frac{120\cdot 42}{144}=35$

63. Página 160

a) $\frac{4}{x}=\frac{x}{9}\rightarrow x^2=4\cdot 9=36\rightarrow x=6$

b) $\frac{9}{x}=\frac{x}{25}\rightarrow x^2=9\cdot 25=225\rightarrow x=15$

c) $\frac{25}{x}=\frac{x}{4}\rightarrow x^2=25\cdot 4=100\rightarrow x=10$

64. Página 160

a) $\frac{6-x}{9}=\frac{10}{18}\rightarrow 6-x=\frac{10\cdot 9}{18}=5\rightarrow x=1$

b) $\frac{6}{a}=\frac{18}{b+1}\rightarrow 6(b+1)=18a\rightarrow b=6a-1$.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$a=1$ y $b=6\cdot 1-1=5$.

65. Página 160

a) Son magnitudes directamente proporcionales.

b) Son magnitudes directamente proporcionales.

c) No son magnitudes proporcionales.

d) Son magnitudes directamente proporcionales.

e) Son magnitudes directamente proporcionales.

f) No son magnitudes proporcionales.

g) Son magnitudes directamente proporcionales.

h) Son magnitudes inversamente proporcionales.

i) Son magnitudes inversamente proporcionales.

j) Son magnitudes directamente proporcionales.

k) Son magnitudes inversamente proporcionales.

66. Página 160

a) $\frac{1}{3}=\frac{5}{15}=\frac{10}{30}=0,\widehat{3}\rightarrow$ Son magnitudes directamente proporcionales.

b) $\frac{2}{11}=0,\widehat{18}\neq\frac{4}{20}=0,2\neq\frac{5}{55}=0,\widehat{09}$ y $2\cdot 11=22\neq 4\cdot 20=80\neq 5\cdot 55=275\rightarrow$ No están relacionadas.

c) $\frac{1}{5}=\frac{2}{10}=\frac{3}{15}=0,2\rightarrow$ Son magnitudes directamente proporcionales.

d) $1\cdot 6=2\cdot 3=3\cdot 2=6\rightarrow$ Son magnitudes inversamente proporcionales.

67. Página 160

N.º de cajas	1	2	3	4	5	10	15	20
Peso (kg)	0,5	1	1,5	2	2,5	5	7,5	10

68. Página 160

N.º de obreros	5	10	15	25	12	6
Tiempo	30	15	10	6	12,5	25

a) Las dos magnitudes son inversamente proporcionales, ya que cuantos más obreros contraten, menos días tardarán en terminar la obra.

b) $k = 5 \cdot 30 = 10 \cdot 15 = 15 \cdot 10 = 25 \cdot 6 = 12 \cdot 12{,}5 = 6 \cdot 25 = 150$

69. Página 161

Tiempo (min)	5	10	15	20	100	120
Espacio (km)	11	22	33	44	220	264

a) Las dos magnitudes son directamente proporcionales, ya que cuanto más tiempo esté el coche circulando, más espacio recorrerá.

b) $k = \frac{5}{11} = \frac{10}{22} = \frac{15}{33} = \frac{20}{44} = \frac{100}{220} = \frac{120}{264} = 0{,}\widehat{45}$

70. Página 161

N.º de copias	1	2	3	4	5	10	20
Espacio (km)	0,06	0,12	0,18	0,24	0,3	0,6	1,2

a) Las dos magnitudes son directamente proporcionales, ya que cuantas más fotocopias se hagan más se pagará.

b) $k = \frac{1}{0{,}06} = \frac{2}{0{,}12} = \frac{3}{0{,}18} = \frac{4}{0{,}24} = \frac{5}{0{,}3} = \frac{10}{0{,}6} = \frac{20}{1{,}2} = 16{,}\widehat{6}$

71. Página 161

Duración de la llamada (min)	1	2	4	10	15	30
Precio (€)	0,1	0,12	0,16	0,28	0,38	0,68

a) Las dos magnitudes no son ni directa ni inversamente proporcionales.

b)

Duración de la llamada (min)	1	2	4	10	15	30
Precio (€)	0,02	0,04	0,08	0,2	0,3	0,6

Son magnitudes directamente proporcionales.

72. Página 161

$$\frac{6}{10{,}5} = \frac{20}{a} = \frac{48}{b} = \frac{c}{200} = \frac{125}{d} = \frac{1000}{e}$$

$a = \frac{10{,}5 \cdot 20}{6} = 35$; $b = \frac{10{,}5 \cdot 48}{6} = 84$; $c = \frac{6 \cdot 200}{10{,}5} = 114{,}29$; $d = \frac{10{,}5 \cdot 125}{6} = 218{,}75$; $e = \frac{10{,}5 \cdot 1000}{6} = 1750.$

73. Página 161

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)

Magnitud *A*	1	5	10	15	20	25
Magnitud *B*	0,2	1	2	3	4	5

b)

Magnitud *A*	1	2	4	8	12	16
Magnitud *B*	0,125	0,25	0,5	1	1,5	2

c)

Magnitud *A*	3	6	9	12	18	24
Magnitud *B*	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2

d)

Magnitud *A*	1	5	10	15	20	30
Magnitud *B*	0,05	0,25	0,5	0,75	1	1,5

74. Página 161

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)

Magnitud *A*	1	2	4	5	10	20
Magnitud *B*	20	10	5	4	2	1

b)

Magnitud *A*	1	2	4	8	20	40
Magnitud *B*	40	20	10	5	2	1

c)

Magnitud *A*	1	2	5	25	50	100
Magnitud *B*	100	50	20	4	2	1

d)

Magnitud *A*	1	5	10	100	200	400
Magnitud *B*	400	80	40	4	2	1

76. Página 161

Se calculan los litros de vino blanco por cada litro de vino tinto: $4 : 8 = 0{,}5$ litros.

Si hay 240 litros de vino tinto, hay $0{,}5 \cdot 240 = 120$ litros de vino blanco.

En total hay $240 + 120 = 360$ litros de vino.

78. Página 162

Se calculan las horas que tarda una máquina en realizar el pedido: $7 \cdot 28 = 196$ horas

Catorce máquinas tardarán $196 : 14 = 14$ horas en realizar el pedido.

79. Página 162

Chicos		Chicas
5	$\rightarrow$	4
70	$\rightarrow$	x

$$\frac{5}{70}=\frac{4}{x}\rightarrow x=\frac{70\cdot 4}{5}=56$$

Participan 56 chicas.

80. Página 162

Carpinteros		Mesas
6	$\rightarrow$	2
2	$\rightarrow$	x

$$\frac{6}{2}=\frac{2}{x}\rightarrow x=\frac{2\cdot 2}{6}=\frac{2}{3}=0,\widehat{6}$$

Dos carpinteros harían $\frac{2}{3}$ de una mesa.

81. Página 162

$$\left.\begin{array}{l}\frac{e}{a}=\frac{8}{3}\\ e=25+a\end{array}\right\}\rightarrow 3e=8a\xrightarrow{e=25+a}75+3a=8a\rightarrow a=\frac{75}{5}=15$$

$$e=25+a\xrightarrow{a=15}e=40$$

Hay 40 europeos y 15 americanos.

82. Página 162

Tiempo		Velocidad
30	$\rightarrow$	20
25	$\rightarrow$	x

$$\frac{30}{25}=\frac{x}{20}\rightarrow x=\frac{30\cdot 20}{25}=24$$

Tendrá que ir a 24 km/h.

83. Página 162

Titular		Suplente
3	$\rightarrow$	7
30	$\rightarrow$	x

$$\frac{3}{30}=\frac{7}{x}\rightarrow x=\frac{30\cdot 7}{3}=70$$

Al equipo le han marcado 30 + 70 = 100 goles.

84. Página 162

Comensales		Longitud (cm)
15	$\longrightarrow$	6
10	$\longrightarrow$	x

$$\frac{15}{10}=\frac{x}{6}\rightarrow x=\frac{15\cdot 6}{10}=9\text{ cm}$$

Se podrán repartir 9 cm de helado.

85. Página 162

Superficie (m^2)		Precio (€)
75	$\longrightarrow$	1 250
60	$\longrightarrow$	x

$$\frac{75}{60}=\frac{1250}{x}\rightarrow x=\frac{60\cdot 1250}{75}=1000$$

El parqué costaría 1 000 € para un piso de 60 m^2.

86. Página 162

Fotografías		Precio (€)
32	$\longrightarrow$	8
50	$\longrightarrow$	x

$$\frac{32}{50}=\frac{8}{x}\rightarrow x=\frac{50\cdot 8}{32}=12{,}5$$

50 fotografías costarían 12,50 €.

Fotografías		Precio (€)
32	$\longrightarrow$	8
x	$\longrightarrow$	7

$$\frac{32}{x}=\frac{8}{7}\rightarrow x=\frac{32\cdot 7}{8}=28$$

Con 7 € podríamos hacer 28 fotografías.

87. Página 162

Asumimos que un mes tiene cuatro semanas.

Trabajadores		Tiempo (semanas)
12	$\longrightarrow$	8
x	$\longrightarrow$	3

$$\frac{12}{x}=\frac{3}{8}\rightarrow x=\frac{12\cdot 8}{3}=32$$

Para terminar el trabajo en 3 semanas se necesitarían 32 trabajadores.

88. Página 162

Primero calculamos la superficie que pintarán 6 pintores en un día.

Pintores		Superficie (m^2)
4	$\rightarrow$	70
6	$\rightarrow$	x

$$\frac{4}{6}=\frac{70}{x}\rightarrow x=\frac{6\cdot 70}{4}=105$$

Seis pintores pintarán 105 m^2 en un día.

Por tanto, en dos días seis pintores pintarán $105\cdot 2=210$ m^2.

89. Página 162

Calculamos las cantidades de cada ingrediente necesarias para una persona, por el método de reducción a la unidad.

Para una persona se necesitan:
$2:4=0{,}5$ huevos $\quad 1:4=0{,}25$ yogures de limón $\quad 1:4=0{,}25$ medidas de yogur de aceite de oliva
$2:4=0{,}5$ medidas de yogur de azúcar $\quad 3:4=0{,}75$ medidas de yogur de harina
$16:4=4$ g de levadura $\quad 1:4=0{,}25$ limones $\quad 1:4=0{,}25$ cucharadas de azúcar de lustre

Obtenemos ahora las cantidades para 6 personas:
$6\cdot 0{,}5=3$ huevos $\quad 6\cdot 0{,}25=1{,}5$ yogures de limón $\quad 6\cdot 0{,}25=1{,}5$ medidas de yogur de aceite de oliva
$6\cdot 0{,}5=3$ medidas de yogur de azúcar $\quad 6\cdot 0{,}75=4{,}5$ medidas de yogur de harina
$6\cdot 4=24$ g de levadura $\quad 6\cdot 0{,}25=1{,}5$ limones $\quad 6\cdot 0{,}25=1{,}5$ cucharadas de azúcar de lustre

91. Página 162

A mayor diámetro, menos vueltas dará. Son magnitudes inversamente proporcionales.

Diámetro (m)		Vueltas
1,5	$\rightarrow$	220
2,4	$\rightarrow$	x

$$\frac{1{,}5}{2{,}4}=\frac{x}{220}\rightarrow x=\frac{1{,}5\cdot 220}{2{,}4}=137{,}5$$

La rueda grande da 137,5 vueltas.

92. Página 162

Cuantos más dientes, menos vueltas dará. Son magnitudes inversamente proporcionales.

Dientes		Vueltas
24	$\rightarrow$	30
15	$\rightarrow$	x

$$\frac{24}{15}=\frac{x}{30}\rightarrow x=\frac{24\cdot 30}{15}=48$$

El piñón da 48 vueltas.

93. Página 162

Cuantos más dientes, menos vueltas dará. Son magnitudes inversamente proporcionales.

Dientes		Vueltas
24	$\rightarrow$	3
9	$\rightarrow$	x

$$\frac{24}{9}=\frac{x}{3}\rightarrow x=\frac{24\cdot 3}{9}=8$$

La segunda rueda da 8 vueltas.

95. Página 163

a) Calculamos la distancia a la que estaban cuando parte el automóvil.

Espacio = Velocidad · Tiempo = 80 km/h · 1,25 h = 100 km.

Velocidad de encuentro = 100 – 80 = 20 km/h.

Tiempo que tardan en encontrarse: $t=\frac{100}{20}=5$ h. El automóvil tarda 5 horas en alcanzar al autobús.

b) El autobús tarda en llegar a su destino 300 km : 80 km/h = 3,75 horas

El automóvil no lo alcanzará antes de llegar a su destino, porque el autobús llega a destino antes de que pasen 5 horas desde la salida del automóvil.

96. Página 163

a) Velocidad de encuentro = 4 + 6 = 10 km/h.

Tiempo que tardan en encontrarse: $t=\frac{20}{10}=2$ h. Tardan en encontrarse 2 horas.

b) María ha recorrido: 4 km/h · 2 h = 8 km. Le faltan por recorrer: 20 – 8 = 12 km.

La distancia que ha recorrido Laura es la que le falta por recorrer a María, es decir, 12 km. La distancia que le falta por recorrer a Laura es la que ha recorrido María, es decir, 8 km.

c) Velocidad de encuentro = 5 + 5 = 10 km/h. La velocidad de encuentro es la misma, entonces tardan en encontrarse el mismo tiempo, es decir, 2 horas.

Como ambas van a la misma velocidad, se encontrarán a mitad de camino. Es decir, María y Laura han recorrido 10 km y les quedan por recorrer 10 km.

97. Página 163

Si la velocidad es constante, el espacio recorrido y el tiempo empleado en recorrerlo son magnitudes directamente proporcionales.

Espacio (m)		Tiempo (s)
100	$\rightarrow$	20
x	$\rightarrow$	50

$$\frac{100}{x}=\frac{20}{50}\rightarrow x=\frac{100\cdot 50}{20}=250$$

En 50 segundos recorrerá 250 m.

Espacio (m)		Tiempo (s)
100	$\rightarrow$	20
450	$\rightarrow$	x

$$\frac{100}{450}=\frac{20}{x}\rightarrow x=\frac{450\cdot 20}{100}=90$$

Tardará 90 s en recorrer 450 m.

98. Página 163

Si la fuerza es constante, la aceleración y la masa del cuerpo son magnitudes inversamente proporcionales.

Masa (kg)		Aceleración (m/s^2)
4	$\rightarrow$	3
6	$\rightarrow$	x

$4\cdot 3=6x\rightarrow x=2$

La aceleración será de 2 m/s^2.

100. Página 164

El número de grifos y el tiempo que tardamos en llenar la piscina son magnitudes inversamente proporcionales.

Grifos		Tiempo (h)
5	$\rightarrow$	6
4	$\rightarrow$	x

$5\cdot 6=4x\rightarrow x=7{,}5$

Si cerramos un grifo, tardaremos en llenar la piscina 7 horas y media.

101. Página 164

El caudal del grifo y el tiempo que tardamos en llenar la botella son magnitudes inversamente proporcionales.

Caudal (l/min)		Tiempo (min)
0,4	$\rightarrow$	2,5
x	$\rightarrow$	2

$0{,}4\cdot 2{,}5=2x\rightarrow x=0{,}5$

El caudal de la segunda fuente es de 0,5 l/min.

102. Página 164

$$k=\frac{8\,100}{8+9+11}=289{,}286$$

A 8 le corresponden: $8\cdot 289{,}286=2\,314{,}24$; a 9 le corresponden: $9\cdot 289{,}286=2\,603{,}57$ y a 11 le corresponden: $11\cdot 289{,}286=3\,182{,}14$.

103. Página 164

$$k = \frac{306}{\frac{1}{16} + \frac{1}{12} + \frac{1}{5}} = 884{,}82$$

A 16 le corresponden: $\frac{1}{16} \cdot 884{,}82 = 55{,}3$; a 12 le corresponden: $\frac{1}{12} \cdot 884{,}82 = 73{,}74$ y a 5 le corresponden: $\frac{1}{5} \cdot 884{,}82 = 176{,}96$.

104. Página 164

En partes directamente proporcionales: $k = \frac{665}{\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4}} = 420$

A $\frac{2}{3}$ le corresponden: $\frac{2}{3} \cdot 420 = 280$; a $\frac{1}{6}$ le corresponden: $\frac{1}{6} \cdot 420 = 70$ y a $\frac{3}{4}$ le corresponden: $\frac{3}{4} \cdot 420 = 315$.

En partes inversamente proporcionales: $k = \frac{665}{\frac{3}{2} + 6 + \frac{4}{3}} = 75{,}28$

A $\frac{2}{3}$ le corresponden: $\frac{3}{2} \cdot 75{,}28 = 112{,}9$; a $\frac{1}{6}$ le corresponden: $6 \cdot 75{,}28 = 451{,}7$ y a $\frac{3}{4}$ le corresponden: $\frac{4}{3} \cdot 75{,}28 = 100{,}4$.

105. Página 164

Se reparten el dinero de forma directamente proporcional a las cantidades invertidas.

$$k = \frac{2000}{300 + 500} = 2{,}5$$

A Juan le corresponden: $300 \cdot 2{,}5 = 750$ €, a Ana le corresponden: $500 \cdot 2{,}5 = 1\,250$ €.

106. Página 164

$$k = \frac{42}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = 48$$

Al de 2 años le corresponden: $\frac{1}{2} \cdot 48 = 24$ cromos; al de 4 años le corresponden: $\frac{1}{4} \cdot 48 = 12$ cromos y al de 8 años le corresponden: $\frac{1}{8} \cdot 48 = 6$ cromos.

107. Página 164

$$k = \frac{1560}{75 + 55} = 12$$

A la primera comunidad le corresponden: $75 \cdot 12 = 900$ €, a la segunda comunidad le corresponden: $55 \cdot 12 = 660$ €.

A cada vecino le corresponde pagar 12 €.

108. Página 164

Se reparten el dinero de forma directamente proporcional a las cantidades invertidas.

A Carlos le corresponden: $10 \cdot k = 5000 \rightarrow k = 500$ €.

A Damián le corresponden: $6 \cdot k = 6 \cdot 500 = 3000$ €.

A Luis le corresponden: $4 \cdot k = 4 \cdot 500 = 2000$ €.

109. Página 164

A 3 le corresponden: $\frac{1}{3} \cdot k = 50 \rightarrow k = 150$.

A 7 le corresponden: $\frac{1}{7} \cdot k = \frac{1}{7} \cdot 150 = 21{,}43$; a 10 le corresponden: $\frac{1}{10} \cdot k = \frac{1}{10} \cdot 150 = 15$.

110. Página 164

a) 14 % de 210 $= \frac{14 \cdot 210}{100} = 29{,}4$

b) 80 % de 35 $= \frac{80 \cdot 35}{100} = 28$

c) 20 % de 1 500 $= \frac{20 \cdot 1500}{100} = 300$

d) 5 % de 250 $= \frac{5 \cdot 250}{100} = 12{,}5$

111. Página 164

a) $\frac{21 \cdot a}{100} = 315 \rightarrow a = \frac{100 \cdot 315}{21} = 1500$

b) $\frac{40 \cdot a}{100} = 1800 \rightarrow a = \frac{100 \cdot 1800}{40} = 4500$

c) $\frac{7 \cdot a}{100} = 252 \rightarrow a = \frac{100 \cdot 252}{7} = 3600$

112. Página 164

a) Primero calculamos un aumento del 20 %: 120 % de 400 $= \frac{120 \cdot 400}{100} = 480$.

Ahora calculamos otro aumento del 20 %: 120 % de 480 $= \frac{120 \cdot 480}{100} = 576$.

b) Primero calculamos un aumento del 5 %: 105 % de 320 $= \frac{105 \cdot 320}{100} = 336$.

Ahora calculamos una disminución del 10 %: 90 % de 336 $= \frac{90 \cdot 336}{100} = 302{,}4$.

c) Primero calculamos una disminución del 10 %: 90 % de 680 $= \frac{90 \cdot 680}{100} = 612$.

Ahora calculamos otra disminución del 10 %: 90 % de 612 $= \frac{90 \cdot 612}{100} = 550{,}8$.

113. Página 164

a) Porcentaje total: $\frac{120}{100}\cdot\frac{120}{100}=1{,}44\rightarrow$ 144 %. El cambio total representa un aumento del 44 %.

b) Porcentaje total: $\frac{105}{100}\cdot\frac{90}{100}=0{,}945\rightarrow$ 94,5 %. El cambio total representa una disminución del 5,5 %.

c) Porcentaje total: $\frac{90}{100}\cdot\frac{90}{100}=0{,}81\rightarrow$ 81 %. El cambio total representa una disminución del 19 %.

114. Página 164

Vecinos		Mayores de 65 años
100	$\rightarrow$	40
30	$\rightarrow$	x

$$\frac{100}{30}=\frac{40}{x}\rightarrow x=\frac{30\cdot 40}{100}=12$$

Hay 12 vecinos mayores de 65 años.

115. Página 164

Agua que contiene (hm^3)		Capacidad total (hm^3)
45	$\rightarrow$	100
x	$\rightarrow$	200

$$\frac{45}{x}=\frac{100}{200}\rightarrow x=\frac{45\cdot 200}{100}=90$$

Contenía 90 hm^3 de agua en ese momento.

116. Página 164

Votantes		Censo total
75	$\rightarrow$	100
4 560	$\rightarrow$	x

$$\frac{75}{4\,560}=\frac{100}{x}\rightarrow x=\frac{4\,560\cdot 100}{75}=6080$$

El censo total está formado por 6 080 personas.

117. Página 164

Total (ℓ)		Zumo de limón (ℓ)
20	$\rightarrow$	8
100	$\rightarrow$	x

$$\frac{20}{100}=\frac{8}{x}\rightarrow x=\frac{8\cdot 100}{20}=40$$

El zumo de limón representa en 40 % de la limonada.

118. Página 164

Yogures		Calcio diario recomendado (%)
1	→	19
x	→	100

$$\frac{1}{x}=\frac{19}{100}\to x=\frac{1\cdot 100}{19}=5,26$$

Una persona para cubrir la necesidad diaria de calcio tendría que tomar 6 yogures.

119. Página 165

Hallamos el 94 % de 85 €: 94 % de 85 $=\frac{94\cdot 85}{100}=71,40$. Tras la rebaja el móvil cuesta 71,40 €.

Se encarece un 4 %. Hallamos el 104 % de 71,40 €: 104 % de 71,40 $=\frac{104\cdot 71,4}{100}=74,26$. Si se encarece un 4 % el móvil costará 74,26 €.

120. Página 165

Precio total sin descuento (€)		Precio total con descuento (€)
100	→	85
x	→	1 091,40

$$\frac{100}{x}=\frac{85}{1091,40}\to x=\frac{1091,4\cdot 100}{85}=1284$$

Sin descuento habría pagado por todo 1 284 €. El precio del ordenador sin descuento era:
1 284 – 354 – 180 = 750 €.

121. Página 165

En verano		Después de verano
100	→	60
x	→	3 600

$$\frac{100}{x}=\frac{60}{3600}\to x=\frac{3600\cdot 100}{60}=6000$$

En verano había 6 000 habitantes.

122. Página 165

Precio sin IVA (€)		Precio con IVA (€)
100	→	121
x	→	605

$$\frac{100}{x}=\frac{121}{605}\to x=\frac{605\cdot 100}{121}=500$$

El precio de la nevera sin IVA era de 500 €.

123. Página 165

Precio antes (€)		Precio hoy (€)
100	→	110
x	→	0,75

$$\frac{100}{x}=\frac{110}{0,75}\rightarrow x=\frac{0,75\cdot 100}{110}=0,68$$

Antes del aumento la barra de pan valía 0,68.

124. Página 165

1,21 · (0,75 · 38) = 34,49 €

El precio que pagaré por los pantalones es 34,49 €.

125. Página 165

1,21 · (0,80 · 240) = 232,32 €

El precio que hay que pagar por el televisor es 232,32 €.

126. Página 165

1,03 (1,03 · 72) = 76,38 €

El precio final de venta es 76,38 €.

127. Página 165

a) 0,75 · (0,8 · 428) = 256,8 € vale ahora el lavavajillas.

b) 0,55 · 428 = 235,40 €. No, sería un precio menor. En el caso anterior el segundo descuento se aplica sobre una cantidad más pequeña que la primera.

DEBES SABER HACER

1. Página 165

La razón de chicas en la primera clase es: $\frac{16}{24}=0,\widehat{6}$.

La razón de chicas en la segunda clase es: $\frac{18}{28}=0,643$.

Proporcionalmente, hay más chicas en la primera clase.

2. Página 165

La razón que relaciona el número de fotocopias con el precio es: $\frac{6}{1,92}$.

$$\frac{6}{1,92}=\frac{11}{x}\rightarrow x=\frac{1,92\cdot 11}{6}=3,52$$

Por 11 fotocopias tendría que pagar 3,52 €.

3. Página 165

A	1	2	3	5	6	10
B	2,50	5	7,50	12,50	15	25

C	1	2	3	4	6	9
D	36	18	12	9	6	4

4. Página 165

Son directamente proporcionales.

$$\begin{array}{ccc} \text{Euros} & & \text{Libras} \\ 1{,}28 & \rightarrow & 1 \\ 200 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{200 \cdot 1}{1{,}28} = 156{,}25$$

Por 200 € le tienen que dar 156,25 €.

5. Página 165

Son inversamente proporcionales.

$$\begin{array}{ccc} \text{Barrenderos} & & \text{Horas} \\ 8 & \rightarrow & 6 \\ 6 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 6}{6} = 8$$

Seis barrenderos tardarán 8 horas en barrer todo.

6. Página 165

$$\begin{array}{ccc} \text{Cerillas} & & \text{Total caja} \\ 23 & \rightarrow & 100 \\ 46 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{46 \cdot 100}{23} = 200$$

El total de la caja son 200 cerillas.

7. Página 165

$$\begin{array}{ccc} \text{Peso (kg)} & & \text{Agua (kg} = \ell) \\ 100 & \rightarrow & 60 \\ 75 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{75 \cdot 60}{100} = 45$$

Una persona de 75 kg tiene 45 litros de agua.

8. Página 165

$$\begin{array}{ccc} \text{Precio} & & \text{Rebaja} \\ 18 & \rightarrow & 2{,}70 \\ 100 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 2{,}7}{18} = 15$$

A la blusa le han aplicado un descuento del 15 %.

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

128. Página 166

a) Calculamos el tiempo necesario para llenar el vaso de precipitados:

Volumen de agua (ℓ)		Tiempo (s)	
1,4	$\rightarrow$	60	$\rightarrow x = \dfrac{0{,}32 \cdot 60}{1{,}4} = 13{,}7$
0,32	$\rightarrow$	x	

En llenar el vaso de precipitados de agua destilada se tarda 13,7 segundos.

Calculamos el tiempo necesario para llenar el matraz:

Volumen de nitrógeno (ℓ)		Tiempo (s)	
0,6	$\rightarrow$	60	$\rightarrow x = \dfrac{0{,}415 \cdot 60}{0{,}6} = 41{,}5$
0,415	$\rightarrow$	x	

En llenar el matraz de nitrógeno líquido se tarda 41,5 segundos.

Como empezamos a llenar ambos recipientes a la vez, tardaremos en tener los dos llenos 41,5 segundos, que es el tiempo que tardamos en llenar el matraz de nitrógeno líquido.

b) Aunque el grifo de agua vierta más agua, por lo que llenaremos el vaso de precipitados en menor tiempo, el tiempo que tardamos en llenar los dos recipientes es el mismo, ya que el tiempo que se tarda en llenar el matraz no varía.

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

129. Página 166

Hay dos posibilidades. Una de ellas es:

$$\left.\begin{array}{l} b = a + 4 \\ \dfrac{a}{b} = 0{,}5 \end{array}\right\} \rightarrow a = 0{,}5b \xrightarrow{b=a+4} a = 0{,}5a + 2 \rightarrow 0{,}5a = 2 \rightarrow a = 4$$

$$b = a + 4 \xrightarrow{a=4} b = 8\,.$$

La otra posibilidad es:

$$\left.\begin{array}{l} b = a - 4 \\ \dfrac{a}{b} = 0{,}5 \end{array}\right\} \rightarrow a = 0{,}5b \xrightarrow{b=a-4} a = 0{,}5a - 2 \rightarrow 0{,}5a = -2 \rightarrow a = -4$$

$$b = a - 4 \xrightarrow{a=-4} b = -8$$

130. Página 166

Construimos el sistema con las condiciones dadas:

$$\left.\begin{array}{l} c = \dfrac{b}{2} \\ a = 2 + c \\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{4}{c} \end{array}\right\} \rightarrow ac = 4b \xrightarrow{b=2c,\,a=2+c} (2+c)c = 8c \rightarrow c^2 - 6c = 0 \rightarrow \begin{array}{l} c = 0 \\ c - 6 = 0 \rightarrow c = 6 \end{array}$$

$c \neq 0$, para que la última igualdad sea posible, luego:

$a = 2 + c \xrightarrow{c=6} a = 8$ y $b = 2c \xrightarrow{c=6} b = 12$.

131. Página 166

La razón entre lo que hereda el niño y la madre es: $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$.

La razón entre lo que hereda la niña y la madre es: $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{2}$.

Por lo tanto, si la madre hereda una cantidad *x*, el niño hereda 2*x* y la niña $\frac{1}{2}x$.

$x + 2x + \frac{1}{2}x = 1 \rightarrow \frac{7}{2}x = 1 \rightarrow x = \frac{2}{7}$

La madre hereda $\frac{2}{7}$ de la herencia, el hijo $\frac{4}{7}$ y la hija $\frac{1}{7}$.

132. Página 166

Según la ley de Ohm, obtenemos la siguiente fórmula: $I = \frac{V}{R}$.

a) $I = \frac{220}{1000} = 0,22\ A$.

b) 1 *A* = 1 000 mA, luego 5 mA = 0,005 A.

La resistencia máxima, para el voltaje de 220 V, es de *R* = 220 · 0,005 = 1 Ω = 0,0011 kΩ.

PRUEBAS PISA

133. Página 167

Hora	8:00	9:00	10:00	11:00
Penicilina (mg)	300	0,6 · 300 = 180	0,6 · 180 = 108	0,6 · 108 = 64,8

134. Página 167

Diámetro moneda 1 (mm)		Mínimo diámetro moneda 2 (mm)
100	→	130
15	→	*x*

$x = \frac{130 \cdot 15}{100} = 19,5$

El diámetro de la moneda 2 es de 20 mm.

Diámetro moneda 2 (mm)		Mínimo diámetro moneda 3 (mm)
100	→	130
20	→	*x*

$x = \frac{130 \cdot 20}{100} = 26$

El diámetro de la moneda 3 es de 26 mm.

Diámetro moneda 3 (mm)		Mínimo diámetro moneda 4 (mm)
100	$\rightarrow$	130
26	$\rightarrow$	x

$$\rightarrow x = \frac{130 \cdot 26}{100} = 33{,}8$$

El diámetro de la moneda 4 es de 34 mm.

Diámetro moneda 4 (mm)		Mínimo diámetro moneda 5 (mm)
100	$\rightarrow$	130
34	$\rightarrow$	x

$$x = \frac{130 \cdot 34}{100} = 44{,}2$$

El diámetro de la moneda 5 es de 45 mm.

Obtenemos un conjunto de 5 monedas, una de 15 mm de diámetro, otra de 20 mm, otra de 26 mm, otra de 34 mm y otra de 45 mm.